

*Studija implicira:*

— nužnost pažnje kod upotrebe izvora podataka, društvenih računa ili računa novčanih tokova, uz potrebu po njihovom statističkom usaglašavanju, i

— potrebu po daljem empirijskom istraživanju funkcije štednje jugoslovenskog stanovništva uz uvodenje novih eksplanatornih varijabli u analizu, a zna se da su u tom smjeru neki koraci već učinjeni i u jugoslovenskoj literaturi.

EKONOMSKA ANALIZA,  
2. XIV (1980), 251-277

## JEDAN PRISTUP ANALIZI PRELAZNIH REŽIMA U EKONOMSKIM I ORGANIZACIJSKIM SISTEMIMA

Vlastimir MATEJIĆ\*

### I. OPSTA UVODNA OBJASNJENJA

Jedan od osnovnih predmeta istraživanja je određivanje zavisnosti između ulaznih (uzročnih) i izlaznih (posledičnih) veličina posmatranog sistema. Upravljačke akcije su jedna vrsta ulaznih veličina sistema. Zavisnost između ulaza i izlaza može biti deterministička ili stohastička. Kad god je moguće stohastička zavisnost se aproksimira determinističkom, u cilju poželjnih uprošćenja. Relacija koja povezuje ulazne i izlazne veličine može biti kvantitativne ili kvalitativne prirode. Kvantitativne relacije omogućuju veoma detaljan uvid u sisteme i procese, koji se u njemu odvijaju.

Posmatrajmo jednostavan deterministički sistem  $S$  sa jednim ulazom,  $x$ , i jednim izlazom,  $y$ . Neka su unutrašnji parametri sistema nepromenljivi tako da se izlaz može menjati samo promenom ulaza. Stanje sistema identifikujemo sa izlazom; tako je izlaz,  $y$ , istovremeno stanje,  $s$ . Ako na sistem dovoljno dugo deluje ulaz  $x_0$ , izlaz će biti  $y_0$ , koji je posledica ulaza a dat relacijom  $y_0 = f(x_0)$ . Stanje  $s_0$  nazivamo stacionarno a režim u kome se sistem nalazi stacionarni ili permanentni.

Neka se u trenutku  $t = 0$  promeni ulaz sistema i postane  $x_1$ . Ako se promena ulaza odrazi na izlaz tek nakon nekog vremenskog perioda  $\tau$  tada kažemo da je to sistem sa kašnjenjem. Nakon izvesnog vremenskog perioda (konačnog ili beskonačnog) izlaz sistema će se ustaliti na nivou  $y_1$ , pa kažemo da je sistem u stanju  $s_1$ , i znamo da je  $y_1 = f(x_1)$ . Promena stanja odnosno izlaza sistema ne obavlja se, dakle, trenutno već je to proces. Proces u kome se od izlaza  $y_0$  prelazi na izlaz  $y_1$  odnosno u kome sistem prelazi iz  $s_0$  u  $s_1$  naziva se prelazni proces i kaže se da je sistem u prelaznom režimu. U svakom realnom sistemu brzina promene stanja sistema je konačna tj. prelaz iz jednog u drugo stanje se obavlja preko prelaznog režima.

Procesi u prelaznim režimima su predmet najdetaljnijeg istraživanja u fizičkim sistemima. Projektišanti mehaničkih sistema posvećuju veliku pažnju ponašanju sistema u prelaznim režimima jer se mnogi osnovni problemi pouzdanosti ovih sistema pojavljuju u prelaznim režimima.

\* Institut »Mihailo Pupin«, Beograd.

ma. Veoma razvijena teorija prelaznih režima u fizičkim sistemima je jedna od ilustracija značaja njihovog istraživanja kako za čisto spoznajno-teorijske ciljeve, tako i za potrebe projektovanja strukture i upravljanja ovim sistemima.

Teorija ekonomskih i organizacijskih sistema poklanja samo marginalnu pažnju ovom predmetu istraživanja. Najveći deo istraživačkih naporova je usmeren na fenomene koji se pojavljuju u permanentnim režimima, tj. na utvrđivanje i objašnjenje relacije f. U novije vreme istraživanje kašnjenja postaje razvijena oblast, npr., u ponašanju investicija.

Upravljanje u ekonomskim i organizacijskim sistemima je, kao i kod drugih sistema, (a) delovanje na ulazne veličine, tako da se njihovom promenom dobije željeni izlaz odnosno stanje sistema ili pak (b) delovanje sa ciljem da se zadrži stanje sistema, do čije bi promene došlo zbog promena u okolini sistema. Upravljanje je dakle promena stanja sistema ili promena ulaza tako da se održi stanje sistema. U oba slučaja pojavljuje se prelazni režim. Pošto ekonomski i organizacijski sistemi funkcionišu u stalno promenljivoj okolini, može se reći da se svaki takav sistem praktično neprekidno nalazi u nekom prelaznom režimu. Prelazni režimi i dinamika su mnogo stabilnija karakteristika ovih sistema nego što su to permanentni režimi i stacionarna stanja.

Prvo ambiciozno istraživanje prelaznih režima u procesu tražnje obavio je Whitman (1). Osnovni nalaz je da sama promena cene čelika izaziva jednu dodatnu komponentu tražnje, koja je nazvana spekulaciona. Rezultati ovog istraživanja nekriticisti su preuzeti u celoj ekonomskoj literaturi. Nešto kasnije (1939) G. Stigler je prvi uveo pojam *adaptivnosti* u ekonomsku teoriju kapitala (2). Razvoj operacionih istraživanja i matematičkog modeliranja doveo je i do daljih istraživanja u ovoj oblasti pa se u (3) i (4) mogu prepoznati pokušaji da se procesi u prelaznim režimima modeliraju u svrhe izbora upravljanja proizvodnjom. U (5) i (6) je donekle analiziran problem otpora organizacionim promenama i otpora organizacije promenama. Ova istraživanja znatno kasne u odnosu na poznatu kvantitativnu identifikaciju fenomena prelaznih režima primećenih u čuvenim Hawthorn eksperimentima obavljenim u Detroit Piston Ring Company tridesetih godina. Opisivanje procesa u organizacijama diferencijalnim jednačinama, što je baza teorije tzv. industrijske dinamike (7), na posredan i mehanistički način otkriva egzistenciju prelaznih režima u upravljanju organizacijama. Uzgredno, i uglavnom deskriptivno, istraživanje fenomena prelaznih režima potcenilo je njihov značaj za bolje razumevanje procesa koji se odvijaju u ekonomskim i organizacijskim sistemima i za sintezu upravljanja ovim sistemima. U mnogim procesima bitno se događa u prelaznim režimima: nijedan akcident nije posledica velike brzine već velike promene brzine.

Istraživanje prelaznih režima u ekonomskim i organizacijskim procesima je veoma složeno, a matematičko modeliranje znatno ograničeno. Samo veoma užanu klasu prelaznih režima možemo podrobne izučiti i opisati matematičkim modelom. Međutim, pokazalo se da je to dovoljno da se izvrši generalizacija koja je od prevashodnog interesa u ovom radu. Metodologija istraživanja će se izložiti na problemu ponašanja troškova proizvodnje jer je ovde moguća najpotpunija identifikacija fenomena i njegovog modela. Ponašanja troškova proizvodnje, pogotovo na

kratak rok, je veoma poznat problem. Čak je i fenomen prelaznih režima delimično istraživan pa je moguće poreći rezultate ovog istraživanja sa tim rezultatima. Zbog toga će se najpre istražiti ponašanje troškova proizvodnje u prelaznim režimima, i time dobiti celoviti rezultat teorije troškova. U odnosu na postojeću, ustvari stacionarnu teoriju, reč je o proširenju kojim se dobija dinamička teorija troškova.

### Prvi deo

#### 2. ANALIZA PONAŠANJA PRELAZNIH KOMPONENTA FUNKCIJE TROŠKOVA

##### 2.1. Uvod

Zavisnost troškova,  $y$ , od obima proizvodnje,  $x$ , je stari, poznat i veoma istraživan predmet ekonomске analize. Postojeci rezultati se čak smatraju konačnim kao što stoji na strani 154 u (8): »Teorija troškova na kratak rok za slučaj utrošaka sa fiksnim cenama je jedan od najbolje shvaćenih aspekata ekonomске teorije. Istražena je korektno i iscrpljivo čak i u većini elementarnih tekstova. Nemam ništa novo da dodam konvencionalnim shvatanjima«. Sem nekih izuzetaka, koji su i motivi ovog istraživanja, analiza troškova se svodi na identifikaciju funkcije  $y = f(x)$  i derivaciju daljih rezultata — često u zavisnosti od karakteristika funkcije  $f$ . Utvrđivanje funkcije  $f$  zasniva se na pretpostavkama o osobinama proizvodne funkcije i ponašanju cena utrošaka. Prihvaćena definicija proizvodne funkcije je da ona iskazuje maksimalni izlaz (obim proizvodnje) koji se može ostvariti za bilo koji specifičan skup inputa. Ova definicija eliminiše neodređenost ali i smanjuje stacionarna stanja tj. pod pretpostavkom da se dovoljno dugo proizvodi sa specifičanim količinama inputa. Usled toga i funkcija troškova  $f(x)$  važi samo za stacionarne režime. Shodno tome, ako se obim proizvodnje menja preko funkcije  $x(t)$  ukupni troškovi u periodu  $(0, T)$  nisu

$$\int_0^T f(x(t)) dt \quad (1)$$

kako bi se inače zaključilo korišćenjem »konvencionalnih shvatanja« funkcije troškova. Pored ovog, postaje i mnogi drugi neodrživi rezultati korišćenja jednog pojma odnosno funkcije koja važi samo za stacionarne režime. Izvesne korekcije »konvencionalnog shvatanja« funkcije troškova koje se mogu naći u (3) i (4) više su doprinele da se pravi problem prikrije nego što su bile putokaz ka istraživanju suštine problema i dobijanju teorijski održivih rezultata.

Predmet našeg istraživanja je identifikacija zavisnosti troškova od obima proizvodnje. U odnosu na postojeće stanje teorije razlika je u tome što se ovde istražuje funkcija troškova koja će važiti kako za stacionarne, tako i za dinamičke režime. Sto se tiče objekta istraživanja, ograničimo se na preduzeće sa jednim proizvodom, sa fiksnim cenu-

ma inputa a analiza će se obaviti na kratak rok. Ova simplifikacija ne dovodi do gubitka opštih vrednosti rezultata istraživanja.

### 2.2. O metodološkim problemima istraživanja

U obimnoj literaturi koja se bavi troškovima tek da se mogu naći retki primerci konkretnih ekonometrijskih modela troškova. Tako gledano, proširenje funkcije troškova i na dinamičke režime je »glačanje već dovoljno izglačanih dijamanata«. Međutim, mi ćemo pokazati da rezultati ove analize imaju veoma neposredan, opšti i važan uticaj na realne probleme organizacije ekonomskog procesa.

Konstatujmo najpre, na sasvim opštem nivou, da je svako preduzeće, svaki njegov deo, svaki proces koji se odvija u njemu dan i ček i. Takvi procesi se opisuju, kada je to moguće, pomoću diferencijalnih jednačina. Sledstveno tome, tačan oblik proizvodne funkcije i njenog derivata funkcije troškova, je diferencijalna odnosno differentna jednačina. Identifikacija diferencijalne jednačine, čak i za veoma jednostavan ekonomski proces, je veoma težak, delikatan i najčešće neizvodljiv zadatak.

Što se tiče postupka identifikacije jednačine, u principu stoje nam na raspolaganju tri mogućnosti. Prva, korišćenjem poznatih zakona o ponašanju posmatranog sistema odnosno o odvijanju procesa koji izučavamo, dolazi se do rezultata — jednačine. Ovaj postupak je preovladajući u analizi fizičkih procesa, ali se susreće i u ekonomskoj analizi pri čemu je uvek pod znakom pitanja polazna pretpostavka (na primer: konstantna elastičnost supstutucije). Za naše potrebe ovaj postupak nije dovoljno moćan. Drugo, uopštavanje eksperimentom dobijenih podataka tj. interpoliranjem matematičkih krivih identificuje se jednačina procesa. Ovaj postupak, bar za naše svrhe, ima sledeće nedostatke: (1) u ekonomskim procesima je teško ili čak i nemoguće izvoditi kontrolisane eksperimente, (2) raspoloživa statistika ima osobinu da sakrije ispoljavanje baš onih fenomena čijom se analizom bavimo u ovom radu i (3) u ovom slučaju ništa ne saznajemo o mehanizmu procesa koji proučavamo — ono što se može zaključiti iz eventualno identifikovane diferencijalne jednačine više je simetrija sa fizičkim procesima koji se opisuju istom klasom jednačina. Zbog prethodno navedenih nedostataka takav postupak praktično ne dolazi u obzir. Treća mogućnost je: originalna sinteza međusobne zavisnosti ulaznih veličina, izlaza i upravljanja. U našem slučaju u pitanju je postupak kojim se analizira ponašanje elemenata troškova kada dođe do promene obima proizvodnje kao posledica odluke o tome. Ovaj postupak će se primeniti u ovom istraživanju pa se izbegava njegovo šire opisivanje, na ovom mestu.

### 2.3. Analiza ponašanja troškova pri skokovitoj promeni obima proizvodnje

Uvedimo dodatno pojednostavljenje: neka je funkcija troškova u stacionarnom stanju (funkcija troškova u uobičajenom smislu reči) linearna tj.

$$y = a_1 x + a_0 \quad (2)$$

gde  $x$  označava obim a  $y$  troškove proizvodnje, u jedinici vremena (dan, mesec, godina itd.). Uzećemo da je  $x$  upravljačka promenljiva tj. upravljački organi donose odluku o nivou obima proizvodnje, njega regulišu, a troškovi su posledica obima proizvodnje. Ako se u svakoj jedinici vremena proizvodi  $x_0$  jedinica proizvoda, tada su troškovi proizvodnje u jedinici vremena

$$y_0 = a_1 x_0 + a_0 \quad (3)$$

Ovo važi za tzv. ustaljeni režim, koji se postiže kada se dovoljno dugo proizvodi na obimu  $x_0$  a ne dešavaju se druge promene. Neka takav režim postoji sve do  $t = 0$ . Neka se u  $t = 0$  ostvari odluka o povećanju obima proizvodnje za  $\Delta x$  (takva odluka je donesena ranije ali se realizuje sa kašnjenjem pa priotekne neko vreme kašnjenja  $\tau$ ) tako da se od  $t = 0$  pa nadalje u svakoj jedinici vremena proizvodi  $x_0 + \Delta x$  jedinica proizvoda. Ako koristimo relaciju (2), dobijemo da su troškovi proizvodnje u svakoj jedinici vremena

$$y_1 = a_1 (x_0 + \Delta x) + a_0 \quad (4)$$

Zadatak naredne analize je da pokaže da je relacija (4) netačna, jer obim proizvodnje nije bio dovoljno dugo na nivou  $x_0 + \Delta x$  za koju pretpostavku jedino važi relacija (2). Analiza se obavlja tako što se utvrđuje ponašanje\* nivoa potrebnih osnovnih elemenata proizvodnje, od  $t = 0$  pa nadalje.

*Ponašanje nivoa potrebne radne snage.* Radna snaga za dodatnu proizvodnju  $\Delta x$  može se obezbediti na dva načina: dodatnim, prekovremenim zapošljavanjem postojeće i zapošljavanjem nove radne snage. Ako se postojeća radna snaga angažuje za prekovremen rad (što je inače prihvoren rešenje) tada je, zbog zakonske zaštite rada, veća cena prekovremenog rada a efikasnost prekovremenih časova rada je manja pa je veći trošak radne snage za svaku jedinicu dodatne proizvodnje. Novouposlena radna snaga za dodatnu proizvodnju  $\Delta x$  se postepeno adaptira na tehnologiju, organizaciju, okolinu, radne uslove itd., usled čega su troškovi radne snage, po jedinici te dodatne proizvodnje, veći. Pored toga, osposobljavanje novouposlenih radnika izaziva dodatne troškove rada. Da zaključimo: porast obima proizvodnje za  $\Delta x$  izaziva dve komponente troškova radne snage: jedna je iznos troškova za slučaj kada je radna snaga adaptirana na sve uslove proizvodnje (što je jedan deo troškova iz (2)) a druga je trošak kojim se postiže ta adaptivnost odnosno plaća neadaptiranost. Prvu komponentu nazivamo stacionarna i ona je funkcija samo obima proizvodnje tj. njegovog prirosta  $\Delta x$ . Drugu komponentu nazivamo tranzitivna i ona je funkcija porasta  $\Delta x$  i vremena t a nastaje kao posledica promene obima proizvodnje. Pošto je najve-

\* ) Termin ponašanje označava promenu posmatrane veličine u toku vremena.

ča neadaptiranost u trenutku porasta obima proizvodnje ova komponenta, obeležimo je sa  $r_i$ , je opadajuća funkcija vremena tj.

$$r_i(t + dt) < r_i(t) \quad (5)$$

*Ponašanje utrošaka materijala, energije i opreme.* U toku perioda adaptiranja novouposlene radne snage smanjuje se kvalitet proizvoda, rastu škart i otpadak, manja je racionalnost korišćenja energije, povećan je broj kvarova i lomova na mašinama i alatima itd. Sa povećanjem nivoa adaptiranosti, što se postiže tokom vremena, ovi negativni efekti se smanjuju pa se utrošak materijala, energije i kapitala, po jedinici dodatne proizvodnje, vraća na normalan nivo. I ovde razlikujemo dve komponente troškova: stacionarnu i tranzitivnu,  $m_i(t)$ , za koju važi

$$m_i(t + dt) < m_i(t) \quad (6)$$

Analiza se može proširiti i na druge elemente troškova proizvodnje: na troškove zaliha, ponašanje cena elemenata usled porasta tražnje itd. Rezultati analize su, u suštini, istovetni sa već dobijenim na osnovu čega zaključujemo: porast obima proizvodnje za  $\Delta x$ , od  $t = 0$  pa nadalje, može se ostvariti ali se troškovi po jedinici proizvoda za tu dodatnu proizvodnju povećavaju u odnosu na dotadašnje za jedan iznos koji se zove tranzitivna komponenta troškova i koji predstavlja trošak savladavanja inercije prema promeni obima proizvodnje tj. adaptacije na nov, povećan obim proizvodnje. Ukupni trošak dodatne proizvodnje  $\Delta x$ , u t-toj jedinici vremena nakon porasta obima proizvodnje, sastoji se iz dve komponente: stacionarne,  $\Delta y_u$ , i tranzitivne  $y_t$ . Stacionarna je nezavisna od vremena (pod pretpostavkom o fiksnim cenama i produktivnosti) i lako se računava iz (2) tj.

$$\Delta y_u = y_u(x + \Delta x) - y_u(x) = a_i \Delta x \quad (7)$$

Tranzitivna komponenta  $y_t$  je funkcija vremena, za sada uvažavamo pretpostavku da je opadajuća.

Analizirajmo ponašanje troškova za slučaj da je u  $t = 0$  došlo do smanjenja obima proizvodnje od nivoa  $x_0$  za  $\Delta x$ , npr. zatvaranjem jednog proizvodnog pogona. U ovom slučaju od  $t = 0$  pa nadalje postoji višak radne snage koji je nemoguće trenutno otkloniti, bar zbog zakonske zaštite rada. Pored toga, postojanje viška radne snage izaziva poremećaje u celoj proizvodnji što dovodi do smanjenja produktivnosti one radne snage koja nije višak. Višak radne snage i smanjenje produktivnosti dovode do porasta troškova rada po jedinici proizvoda, izazvanih smanjenjem proizvodnje pa se moraju pripisati tom uzroku, tz. obimu  $-\Delta x$ . Pored toga, primećuje se povećano, u odnosu na standarde, trošenje materijala po jedinici proizvoda pa se konstatuje da od  $t = 0$  pa nadalje postoje dve komponente troškova po jedinici proizvoda: jedna stacionarna i jedna tranzitivna, koja je opadajuća funkcija vremena. Ukupni stacionarni troškovi u t-toj jedinici vremena su

$$y_u = y_u(x_0 - \Delta x) = a_i(x_0 - \Delta x) + a_o \quad (8)$$

a za tranzitivnu komponentu važi pretpostavka

$$y_t(t + dt) < y_t(t)$$

Na osnovu prethodne analize ponašanja troškova nakon promene obima proizvodnje mogu se doneti izvesni opšti zaključci o osobenostima preduzeća kao sistema u kome se obavljaju transformacija elemenata proizvodnje i odluka u rezultat proizvodnje. Ovi zaključci imaju karakter postulata za dalju analizu ponašanja troškova pa ih ukratko navodimo.

1. *Preduzeće je inertan sistem.* Ovo je opšte svojstvo svakog realnog sistema a ovde ima značenje da se uvek moraju učiniti izvesni izdaci da bi se promenilo stanje sistema, tj.  $y_t(t) > 0$  za  $t < \infty$ .

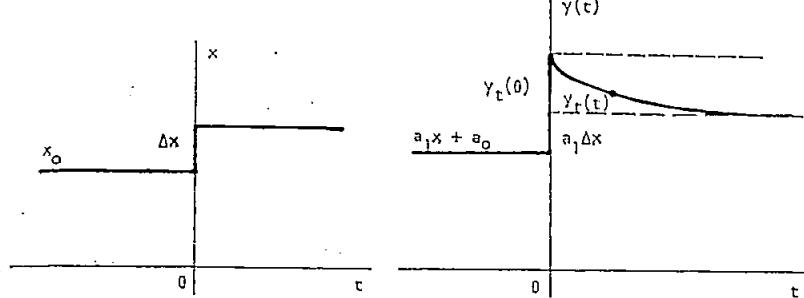
2. *Preduzeće je stabilan sistem.* Ovaj postulat kaže da poremećaji izazivaju povećanje troškova proizvodnje po jedinici proizvoda ali da je preduzeće u stanju da tokom vremena ovlađa poremećajima tako da se troškovi proizvodnje dovedu na nivo određen produktivnošću rada i cennama tj. funkcija (2) važi u celom opsegu varijacije x. Ako preduzeće ne bi bilo stabilan sistem s obzirom na promene obima ono bi prestalo da funkcioniše kao sistem, kada i nije predmet naše analize. Shodno ovom postulatu  $y_t(t)$  teži nuli, za  $t \rightarrow \infty$ .

3. *Preduzeće je sistem sa učenjem.* Ovaj postulat kaže da upravljački organi uspešno ovlađavaju svim faktorima koji dovode do porasta troškova po jedinici proizvoda i to utoliko više ukoliko duže vreme protekne od trenutka poremećaja. tj.  $y_t(t + dt) < y_t(t)$ .

4. *Preduzeće je »proporcionalan« sistem.* Smisao ovog postulata je sledeći. Radi savladavanja otpora promenama (u toku adaptacije na novo stanje) ulažu se naporci čija mera je trošak, pa se ukupni naporci do t mere ukupnim troškovima adaptacije učinjenim od  $t = 0$  do  $t = t$ . Mera savladanih otpora promenama tj. mera adaptiranosti na novo stanje u  $t = t$  jednaka je smanjenju troškova adaptacije koje je dostignuto u  $t = t$  a u odnosu na početno stanje ovih troškova. Ovaj postulat kaže dakle da je dostignuti nivo adaptacije troškova u  $t = t$  proporcionalan ukupnom naporu učinjenom za tu adaptaciju tj. ukupnim troškovima adaptacije učinjenim od  $t = 0$  do  $t = t$ . Formalno,

$$y_t(0) - y_t(t) = k \int_0^t y_t(t) dt \quad (9)$$

Pomoću relacija koje su formalni iskaz gore navedenih postulata pristupićemo utvrđivanju modela ponašanja tranzitivne komponente troškova, tj. funkcije troškova za slučaj da je obim proizvodnje funkcija vremena. I ovde će se ponaosob utvrditi model za slučaj povećanja ( $\Delta x > 0$ ) i za slučaj smanjenja ( $\Delta x < 0$ ) obima proizvodnje. Na slici 1a. dat je grafik analizirane vremenske promene obima proizvodnje, x, a na slici 1b. grafik kretanja troškova proizvodnje, y, u vremenu.



Slika 1a.

Slika 1b.

Ukupan napor za savladavanje otpora porastu obima proizvodnje se izražava ukupnim tranzitivnim troškovima. Ako prepostavimo, što je pogodno za dobijanje modela, da je proces adaptacije beskonačan (prihvatljiva aproksimacija realnog stanja) tada je ukupan iznos tranzitivnih troškova

$$y_t = \int_0^t y_t(t) dt \quad (10)$$

Ovaj iznos je funkcija nivoa uzroka (porast obima proizvodnje) i unutrašnjih, dinamičkih, svojstava preduzeća. Postavlja se sada pitanje kakva je kvantitativna veza između veličine uzroka i veličine posledice? Ako se obim proizvodnje poveća za  $\Delta x$  ukupni tranzitivni troškovi iznosiće  $Y_t$ , a ako se poveća za  $2\Delta x$  tada će iznositi  $b$  a r  $2Y_t$ . Ovo sledi otuda što nam ništa ne daje osnova za pretpostavku da će se dvostruko veći poremećaj savladati manjim od dvostruko većih napora; naprotiv, zbog novih kvaliteta, dvostruko veći poremećaj će zahtevati više od dvostruko većih napora za savladavanje neželjenih posledica. Saglasno tome, ima se

$$\int_0^\infty y_t(t) dt = b_o (\Delta x)^h \quad (11)$$

gde je  $h \geq 1$ . Tumačenje smisla veličina  $b_o$  i  $h$  daće se kasnije.

Sada se može utvrditi analitički oblik funkcije  $y_t(t)$  za slučaj  $\Delta x > 0$ . Najpre, rešenje jednačine (9) za  $k = k_1$  je

$$y_t(t) = C e^{-k_1 t} \quad (12)$$

a pomoću (11) određujemo vrednost konstante  $C$  tako da se ima

$$y_t(t) = k_1 b_o (\Delta x)^h e^{-k_1 t} \quad (13)$$

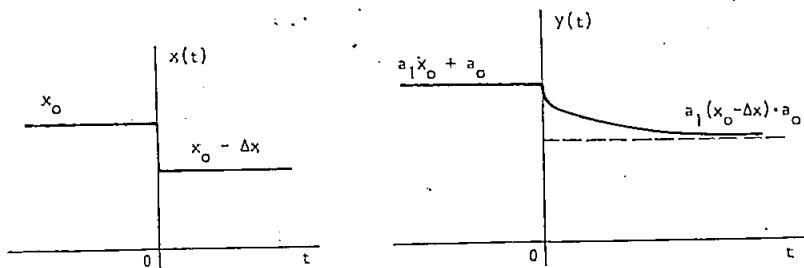
Kada stavimo  $k_1 b_o = b$  i  $k_1 = 1/T_1$  dobijamo da se troškovi proizvodnje  $y(t)$  menjaju u toku vremena, za slučaj dat na slici 1, na sledeći način:

$$y^+(t) = \begin{cases} a_1 x_0 + a_0 & \text{za } t < 0 \\ a_1 (x_0 + \Delta x) + a_0 + b (\Delta x)^h e^{-t/T_1} & \text{za } t \geq 0 \end{cases} \quad (14)$$

Ako u  $t = 0$  dođe do smanjenja obima proizvodnje za  $\Delta x$ , kako je dato na slici 2a, troškovi proizvodnje će se ponašati kao na slici 2b tj. model ukupnih troškova je

$$y^-(t) = \begin{cases} a_1 x_0 + a_0 & \text{za } t < 0 \\ a_1 (x_0 - \Delta x) + a_0 + c (\Delta x)^h e^{-t/T_1} & \text{za } t \geq 0 \end{cases} \quad (15)$$

što se ustanavljava istim analitičkim postupkom koji je primenjen pri određivanju modela (14).



Slika 2a.

Slika 2b.

#### 2.4. Tumačenje parametara modela tranzitivnih troškova i linearizacije sistema

Tranzitivna komponenta troškova koja nastaje pri porastu obima proizvodnje po step funkciji  $\Delta x$  opisuje se modelom

$$y^{+}(t) = b (\Delta x)^h e^{-t/T_1} \quad (16)$$

u kome se pojavljuju parametri  $b$ ,  $h$  i  $T_1$ . Parametar  $b$  je troškovna mera početnih otpora (inercije) sistema na porast obima proizvodnje. Ukoliko je njegova vrednost veća utolikoj je preduzeće smanje sposobno da efikasno posluje u dinamičkim uslovima. Parametar  $T_1$  je tzv. vremenska konstanta koja kazuje koliko vremena protekne dok se ne ostvari 2/3 adaptacije na novo stanje tj. na povećani obim proizvodnje. Ukoliko je  $T_1$  veće, utolikoj je preduzeće manje sposobno da efikasno posluje u dinamičkim uslovima. Parametar  $h$  je mera nelinearnosti sistema. Već smo utvrdili da dvostruko većoj promeni obima proizvodnje odgovaraju bar dvostruko veći ukupni tranzitivni troškovi. Ako je  $h > 1$  to znači da se povećanjem promene obima proizvodnje pojavljuju suštinski novi i kvalitetno teži problemi ovladavanja tim promenama, pa je potrebno da

se ulože više nego proporcionalno veći napor da bi se rešili problemi adaptacije. Za slučaj smanjenja obima proizvodnje za  $\Delta x$  namesto parametra h imamo parametar f (vidi relaciju (15)). Kod smanjenja obima tranzitivna komponenta troškova znatno potiče od postojanja viška radne snage i nemogućnosti da se taj problem trenutno reši. Ako je taj višak 10 radnika i ako usled toga nastaju dodatni, tranzitivni, troškovi u iznosu  $Y_{100}$  sigurno je da će višak od 200 radnika izazvati troškove veće od 2  $Y_{100}$ . Ovo sledi otuda što svako povećanje viška radne snage ne izaziva samo kvantitativan veći i kvalitativan porast problema koji time nastaju a to dovodi do bržeg rasta tranzitivnih troškova. Za slučaj smanjenja obima proizvodnje imamo još parametre c i  $T_2$ . Parametar  $T_2$  je vremenska konstanta i ima isto tumačenje kao i parametar  $T_1$ . Parametar c je početni iznos troškova remanacije pri jediničnom smanjenju obima proizvodnje. Ukoliko je c veće utoliko se preduzeće teže adaptira na promenljive uslove rada.

Za dalju analizu će biti od značajne koristi ako se obavi linearizacija tj. ako se pretpostavi da je  $h = f = 1$ , što se može učiniti bez rizika da je učinjena velika greška. Sa ovim uprošćenjem model tranzitivnih troškova za povećanje obima proizvodnje po step funkciji  $\Delta x$  je

$$y^{+1}(t) = b(\Delta x) e^{-it/T_1} \quad (17)$$

a za slučaj smanjenja obima po step funkciji  $\Delta x$

$$y^{-1}(t) = c(\Delta x) e^{-it/T_2} \quad (18)$$

Obavljena linearizacija sistema omogućuje da se o vezi između troškova i obima proizvodnje dobijaju dodatne, važne informacije, i da se, pomoću toga, utvrde novi rezultati i testira valjanost nekih tvrdnjih o ponašanju troškova proizvodnje.

### 2.5. Određivanje prenosne funkcije

Podsetimo se da je u našoj analizi uzeto da je obim proizvodnje ulazna (pod kontrolom) veličina sistema a da su troškovi proizvodnje izlazna (posledična) veličina. U realnom životu tako se i upravlja proizvodnim organizacijama: donosi se odluka o obimu proizvodnje pa se utvrđuje iznos objektivno uslovljenih troškova (onih koji slede iz funkcije troškova) potrebnih da se ostvari izabrani obim proizvodnje. Pošto je relacija između troškova i obima proizvodnje linearna (vidi (2), (17) i (18)) može se odrediti prenosna funkcija  $K(p)$  sistema za koji je obim proizvodnje ulaz a troškovi proizvodnje izlaz (potpuno isti rezultat bi se dobio ako bi se uzelio da je obim proizvodnje izlaz a troškovi ulaz). Za linearne sisteme važi:

$$K(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} \quad (19)$$

gde je  $X(p)$  Laplasova transformacija ulaza,  $Y(p)$  Laplasova transformacija izlaza,  $K(p)$  prenosna funkcija sistema a  $p$  Laplasov operator. Pošto postoje posebne funkcije troškova za porast (14) i smanjenje (15) obima proizvodnje, dobiće se dve prenosne funkcije: jedna za porast a druga za smanjenje obima proizvodnje. Za slučaj da je obim proizvodnje rastuća funkcija vremena prenosna funkcija je

$$K^+(p) = a_1 + b \frac{p}{p + k_1} \quad (20)$$

a kada je obim proizvodnje opadajuća funkcija vremena prenosna funkcija je

$$K^-(p) = -\frac{cp}{p + k_2} + a_1 \quad (21)$$

Cinjenica da postoje dve prenosne funkcije, koja je bila očekivana zbog (14) i (15); je od izuzetnog značaja. Ona kazuje da je preduzeće (sistem koji transformiše elemente proizvodnje u gotove proizvode) neuniforman sistem, tj. na jedan način se ponaša pri porastu a na drugi pri opadanju obima proizvodnje. Ova fundamentalna karakteristika se ne može utvrditi iz uobičajene, tradicionalno korištene, funkcije troškova odnosno proizvodne funkcije.

### 2.6. Određivanje modela funkcije troškova

Iz elementarne analize dinamičkih sistema je poznato da se prenosnih funkcija određuje jednačina koja opisuje proces za koji je data prenosna funkcija. Ovom analizom smo utvrdili da postoje dve prenosne funkcije troškova, (20) i (21). Saglasno tome, za slučaj da je obim proizvodnje rastuća funkcija vremena, veza između obima proizvodnje,  $x$ , i troškova proizvodnje,  $y$ , je data diferencijalnom jednačinom

$$\frac{dy}{dt} + \frac{y}{T_1} = (a_1 + b) \frac{dx}{dt} + \frac{a_1 x}{T_1}, \text{ za } \frac{dx}{dt} > 0 \quad (22)$$

Ako obim proizvodnje opada u toku vremena tada je veza između troškova i obima proizvodnje data diferencijalnom jednačinom

$$\frac{dy}{dt} + \frac{y}{T_2} = (a_1 - c) \frac{dx}{dt} + \frac{a_1 x}{T_2}, \text{ za } \frac{dx}{dt} < 0 \quad (23)$$

Jednačine (22) i (23) su linearne jer je izvršena linearizacija sistema. Kada se stavi da je obim proizvodnje konstanta, tj. ne menja se tokom vremena ( $dx/dt = 0$ ) diferencijalne jednačine (22) i (23) degenerišu u običnu linearnu algebarsku jednačinu (2). Iz ovoga zaključujemo da se troško-

vi proizvodnje, u funkciji obima proizvodnje, ponašaju jednoznačno ako je obim proizvodnje ustaljen ( $dy/dt = 0$ ) ali se zato različito ponašaju za  $dx/dt > 0$  u odnosu na ponašanje za  $dx/dt < 0$ . Ovo je veoma fundamentalna karakteristika ekonomskih, društvenih i organizacijskih sistema a posledica je razlika u ljudskom reagovanju na znak promene uročne veličine, što inače nije slučaj sa mehaničkim sistemima.

Rešenja diferencijalnih jednačina troškova (22) odnosno (23) su funkcija vremenske poromene obima proizvodnje,  $x(t)$ . Prema tome, a kako je i očekivano, iznos troškova u nekoj  $t$ -oj jedinici vremena je funkcija obima proizvodnje koji se ostvaruje u toj jedinici vremena i putem kojim se došlo do tog obima proizvodnje. Ako je promena obima proizvodnje bila po step funkciji  $\Delta x$ , tada su troškovi u  $t$ -oj jedinici vremena nakon te promene dati relacijom (14). Za tu neku drugu promenu obima proizvodnje dobije se drugačija funkcija troškova.

U stvarnom životu preduzeća promene obima proizvodnje, bar one manje, su skokovite: proširuje se proizvodni kapacitet ili se pak deo kapaciteta zatvara. Kod novih preduzeća može se uzeti, kao dobra aproksimacija, da se obim proizvodnje menja, počev od nekog početnog  $x_0$ , postepeno do potpunog korišćenja kapaciteta. Neka se potpuno korišćenje kapaciteta dostigne za  $T$  vremenskih jedinica, počev od  $t = 0$  a preko linearne funkcije porasta obima, tj. obim proizvodnje se menja na način dat relacijom (24).

$$x(t) = \begin{cases} x_0, & t < 0 \\ x_0 + \frac{\Delta x}{T} t, & 0 \leq t \leq T \\ x_0 + \Delta x, & t > T \end{cases} \quad (24)$$

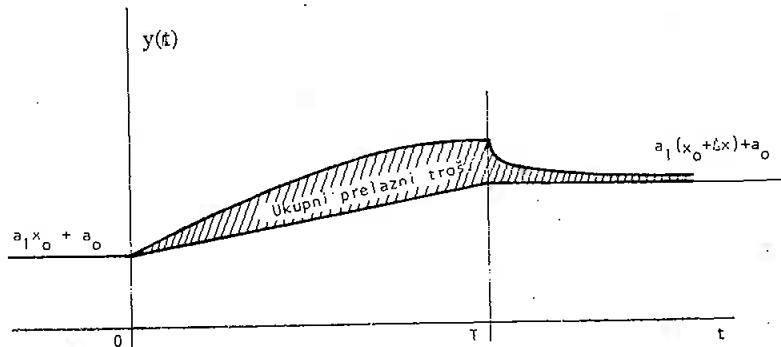
Pošto je sistem linearan i znamo prenosnu funkciju (20) za poznati ulaz (24) možemo naći funkciju izlaza, pa je model ukupnih troškova

$$y(t) = \begin{cases} a_1 x_0 + a_o, & t < 0 \\ a_1 x_0 + a_o + \frac{a_1 \Delta x}{T} t + \frac{b \Delta x}{k_i T} (1 - e^{-k_i t}), & 0 \leq t \leq T \\ a_1 (x_0 + \Delta x) + a_o + \frac{b \Delta x}{k_i T} e^{-k_i t} (e^{k_i T} - 1), & t > T \end{cases} \quad (25)$$

čiji grafik je dat na slici 3.

Funkciju ukupnih troškova moguće je odrediti u eksplisitnom obliku za bilo koju funkciju vremenske promene obima proizvodnje, na koju se može primeniti Laplasova transformacija.

Ako se ne bi uzela u obzir tranzitivna komponenta troškova tada bi vremenska promena ukupnih troškova, za slučaj da je  $x(t)$  dano relacijom (24) bila, uzimajući u obzir osnovnu relaciju (2)



Slika 3.

$$y(t) = \begin{cases} a_1 x_0 + a_o, & t < 0 \\ a_1 (x_0 + \frac{\Delta x}{T} t) + a_o, & 0 \leq t \leq T \\ a_1 (x_0 + \Delta x) + a_o, & t > T \end{cases} \quad (26)$$

što je samo specijalan slučaj rešenja (25).

### 2.7. Završna specifikacija metodološkog postupka

Sada možemo jasno uočiti suštinu metodološkog postupka koji je primenjen u analizi tranzitivnih troškova. Suština postupka je u sledećem:

1. Iz tradicionalne statičke teorije troškova preuzeta je funkcija troškova koja važi za stacionarna stanja. Treba uočiti da je ova funkcija definisana pod uslovom da je proizvodnja dovoljno dugo na svakom od mogućih obima proizvodnje. Pošto je tako ta funkcija važi s a m o za takve uslove, a ne važi za dinamičke situacije.

2. Ako bi se posmatrale implikacije bilo kakve vremenske promene obima proizvodnje na troškove ne bi se moglo, zbog izuzetne složenosti ponašanja elemenata (troškova) proizvodnje, da dođe do koristljivog zaključka o ponašanju troškova. Zbog toga je najpre analizirana najprije, i ustvari najčešća, promena a to je trenutna konačna promena obima proizvodnje. Za ovakav tip promene obima moguće je obaviti analizu ponašanja troškova (jer se promena obima dogodi u jednom trenutku) i doći do osnovnih rezultata za koje se mogu uspostaviti kvantitativne relacije. Tako se dobija model ponašanja troškova (izlaza) za jedan specifičan i poznat model ponašanja obima (ulaza).

3. Potom je učinjena najveća aproksimacija u celom istraživanju: sistem je linearizovan. Sa tim uprošćenjem omogućeno je da se odredi prenosna funkcija sistema što je najpotpunija informacija o unutrašnjim svojstvima sistema. Pošto je poznata prenosna funkcija može se za svaki poznati ulaz (koji podleže Laplasovoj transformaciji) odrediti izlaz. Tako se za poznato ponašanje obima određuje kretanje troškova u vremenu.

### 3. OSNOVNE IMPLIKACIJE POSTOJANJA TRANZITIVNE KOMPONENTE TROŠKOVA

Kako će se videti egzistencija tranzitivne komponente troškova ima veliki značaj za redefiniciju nekih pojmove u teoriji troškova i za objašnjenje nekih fenomena u ponašanju troškova. U ovom uvodnom delu najpre ćemo se pozabaviti tvrdnjom u vezi izraza (1).

Neka je promena obima proizvodnje,  $x(t)$ , linearna funkcija vremena, data relacijom (24). Radi uprošćenja uzećemo da je  $x_0 = 0$  a  $x = Q$  gde je  $Q$  kapacitet proizvodnje. Ako se zanemare tranzitivni troškovi tada se u periodu  $T$  učine ukupni troškovi u iznosu

$$Y_s = \int_0^T \left( a_0 + \frac{a_1 Q}{T} \right) dt = \left( \frac{a_1 Q}{2} + a_0 \right) T \quad (27)$$

Kada se uzmu u račun tranzitivni troškovi, tada se pomoću (25) za isti period dobija sledeći iznos ukupnih troškova

$$\begin{aligned} Y &= \int_0^T y(t) dt = \int_0^T \left( a_0 + \frac{bQ}{k_1 T} (1 - e^{-k_1 t}) \right) dt = \\ &= \left( \frac{a_0 Q}{2} + a_0 T + \frac{bQ}{k_1 T} \left[ T + \frac{1}{k_1} (e^{-k_1 T} - 1) \right] \right) \end{aligned} \quad (28)$$

Iz (27) i (28) lako se ustanavljava da je  $Y > Y_s$  čime je pokazano da je tvrdnja ispravna, što se i moralo očekivati, jer se nikakav sistem ne može adaptirati na novo stanje bez ulaganja napora i energije što se u ovom slučaju izražava troškovima.

#### 3.1. Određivanje konveksnosti — konkavnosti funkcije troškova

Jedan od najstarijih problema analize troškova je pitanje: da li je funkcija troškova konveksna ili konkavna? Odgovor na ovo pitanje tražio se u okviru analize stacionarne funkcije troškova. Mi ćemo odgovor tražiti uz pomoć upravo fiziožene teorije tranzitivnih troškova.

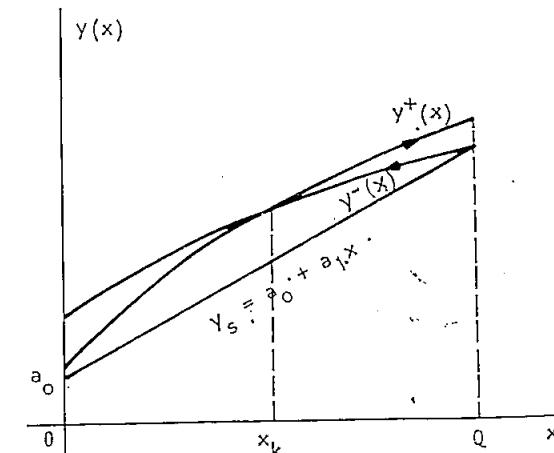
Za stacionarne režime najopravdanije je uzeti da je funkcija troškova linear, kao što je (2). Brojna opravdanja za ovo se nalaze u litera-

turi a logika analize je sledeća: ne postoje nikakvi razlozi da prvi radnik izradi npr. dve jedinice proizvoda dnevno i potroši četiri jedinice materijala, a da npr. stotki radnik, u istom preduzeću, uradi više ili manje. Prosečan radnik isto je produktivan bez obzira da li radi na manjem ili većem stepenu korišćenja ukupnog kapaciteta preduzeća.

Međutim, ako se obim proizvodnje menja tada će se pojaviti tranzitivni troškovi. Pod pretpostavkom da obim proizvodnje linearno raste od 0 do  $Q$  za period  $T$ , i da se kasnije smanji, opet po linearnej funkciji, od  $Q$  do 0 a za period  $T$  ukupni troškovi u funkciji obima proizvodnje biće dati relacijama (29) i (30), respektivno, a njihov grafik na slici 4.

$$Y^+(x) = a_0 + a_1 x + \frac{bT_1 Q}{T} (1 - e^{-xT/QT_1}) \quad (29)$$

$$Y^-(x) = a_0 + a_1 x + \frac{cT_2 Q}{T} (1 - e^{-(Q-x)T/QT_2}) \quad (30)$$



Slika 4.

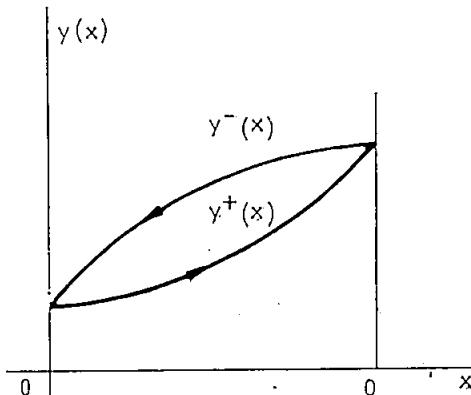
Za slučaj da je funkcija stacionarnih troškova linear, funkcija ukupnih troškova za promenljiv obim proizvodnje (a to nas ovde je interesuje) je konkavna, kako pri smanjenju tako i pri povećanju obima proizvodnje. Ako je pak funkcija stacioniranih troškova konveksna tada funkcija ukupnih troškova može biti konveksna ili konkavna, ili čak delimično konveksna delimično konkavna, zavisno od toga u kojim domenima obima proizvodnje preduzeće lakše savladava otpore promenama obima.

Pod pretpostavkom da su opadajući marginalni prinosi stacionarne funkcije troškova je konvexna. Statistički podaci o troškovima u

funkciji obima prikupljaju se za različite obime pa u sebi sadrže stacionarnu i tranzitivnu komponentu troškova. Funkcija ukupnih troškova je, u ovom slučaju, zbir jedne konveksne i jedne konkavne funkcije što je jedan od osnovnih teorijskih razloga da se u ekonometrijskim istraživanjima prihvati hipoteza o linearnosti funkcije ukupnih troškova. Ali, takva funkcija ukupnih troškova ne odnosi se samo na stacionarne već i na prelazne režime.

### 3.2. O »ireverzibilnosti« troškova

Odavno je primećeno da troškovi obima proizvodnje,  $x$ , pri porastu obima nisu jednaki sa troškovima istog obima ako se do njega dolazi smanjenjem obima proizvodnje. Ova činjenica se naziva irreverzibilnost troškova. U vezi irreverzibilnosti ponašanja troškova postoji jedna tvrdnja koja kaže: troškovi proizvodnje na obimu  $x$  uvek su veći ako se do tog obima dolazi smanjenjem proizvodnje,  $y^+(x) < y^-(x)$ , što je prikazano i na slici 5. Pokazaćemo da je ova tvrdnja neodrživa i kako je došlo do nje.



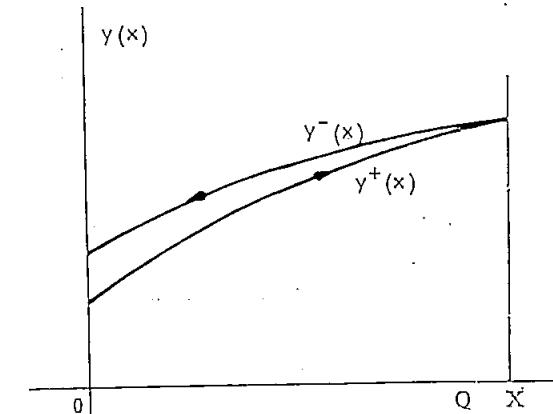
Slika 5.

Naša analiza je utvrdila da su troškovi na obimu proizvodnje  $x$  u toj vremenskoj jedinici funkcija nivoa tog obima,  $x$ , i putem kojim se došlo do tog nivoa, tj.  $x(\theta)$ , za  $\theta < t$ . Ako se prihvati taj rezultat imamo dve funkcije troškova (slika 4), jedna za povećanje a druga za smanjenje obima proizvodnje. Međutim, krive na slici 4. se sekut, za razliku od krivih na slici 5. Pokažimo kako je došlo do tvrdnje ilustrativno date na slici 5, koju smatramo netačnom.

Osnovna greška u zaključivanju, čiji rezultat je slika 5, potiče otuda što nije analizirana vremenska distribucija troškova pri promeni obima proizvodnje. Ovoj greški je dodata tvrdnja, koja se sreće u delu ekonomske literature, da su »troškovi otpuštanja viška radne snage veći od troškova pripreme novih radnika za proizvodnju«. Ova tvrdnja može važiti samo u specijalnim slučajevima, npr. kada je zakonska za-

štita zaposlenosti veoma stroga a tehnička podela rada veoma visoka pa pripreme novih radnika traju svega nekoliko dana. U svim drugim slučajevima tvrdnja ne mora važiti.

Druga osnovna greška potiče od načina posmatranja promena obima proizvodnje. To će se objasniti na sledećem zamišljenom eksperimentu. Neka preduzeće povećava proizvodnju linearno, preko funkcije (24) od  $x_0 = 0$  do  $x = Q$ , za vreme  $T$ , a potom neka odmah počne sa smanjenjem obima proizvodnje, preko linearne funkcije, i neka obim postane nula za vreme  $T$ . U ovom slučaju troškovi u funkciji obima će se ponašati kao što je ilustrativno datu na slici 6, tj. troškovi pri smanjenju obima su veći od troškova pri povećanju obima.



Slika 6.

Međutim, u ovom zaključivanju se pojavljuje jedna greška. Kako smo utvrdili, pošto je protekao period povećanja obima  $T$  još uvek postoje tranzitivni troškovi koji su posledica tog povećanja (vidi krivu troškova na slici 3 za  $t > T$ ). Pošto je u ovom eksperimentu uzeto da počinje smanjenje obima, čim je dostignut nivo  $Q$ , troškovi pri smanjenju obima se pripisuju i deo troškova koji su posledica povećanja obima proizvodnje. Tako se dolazi do predstave o ponašanju troškova koja je data na slici 6. Ova predstava je netačna jer bi se dobila obrnuta slika ako se eksperiment izvodi tako da je početno stanje  $x = Q$ , pa preduzeće najpre u periodu  $T$  smanjuje obim do 0 a potom, u idućem periodu  $T$ , povećava obim od 0 do  $Q$ . U ovom slučaju bi se dobilo  $y^+(x) > y^-(x)$ , što znači da u svakom zaključivanju nalaz zavisi od smera izvođenja eksperimenta. U stvarnom životu preduzeća »izvodi« se eksperiment u kome se obim proizvodnje najpre povećava od 0 do  $Q$  (osvajanje nove proizvodnje) a potom smanjuje od  $Q$  do 0 (obustavljanje proizvodnje) čemu odgovara ponašanje troškova datu na slici 6. Ovakve eksperimente beleži statistika i ljudsko zapažanje o ponašanju troškova.

Treći uzrok pogrešne tvrdnje o irreverzibilnosti troškova potiče od nekorektnosti u tretiranju uticaja dužine perioda promene obima proizvodnje. Naime, iz (29) i (30) sledi da je iznos troškova za obim  $x$  funkcija i perioda  $T$  u kome se odvija promena obima proizvodnje: za manje  $T$  troškovi  $y^+(x)$  i  $y^-(x)$  su veći, i obrnuto, tj. ovi troškovi su opadajuća funkcija vremena trajanja promene obima proizvodnje. U životu preduzeća obično je porast obima proizvodnje dugotrajniji proces u odnosu na smanjenje obima: preduzeće sporije dostiže pun proizvodni kapacitet nego što prestaje sa proizvodnjom. Zbog ovoga u realnim situacijama ustvari upoređujemo  $y^+(x, T')$  i  $y^-(x, T'')$  za  $T' > T''$  pa statistika ili opažanje beleže da je  $y^+(x, T') < y^-(x, T'')$  ali to ne znači da je  $y^+(x, T) < y^-(x, T)$ , jer smo pokazali da takva relacija ne stoji, sem u jednom domenu obima  $x$  (za  $x < x_k$ , slika 4).

Prethodna razmatranja pokazuju da je funkcija troškova za stacionarna stanja reverzibilna ako su njeni parametri konstante ali je funkcija ukupnih troškova koja važi i za dinamička stanja uvek irreverzibilna. Pored toga, sledi da ponašanje ukupnih troškova nema oblik histerеза, kako se to u literaturi obično navodi.

### 3.3. Moguće proširenje koncepta prosečnih i marginalnih troškova

Funkcija troškova određuje nivo troškova u zavisnosti od obima proizvodnje. Ako se analiziraju samo stacionarna stanja tada svakom obimu proizvodnje odgovara jedan, unapred određen, iznos ukupnih troškova, npr. dat relacijom (2). Parametri ove relacije se mogu utvrditi ekonometrijskom analizom statističkih podataka ili normiranjem utrošaka elemenata proizvodnje. Za dinamička stanja u ponašanju obima proizvodnje ukupni troškovi  $y(x)$  obima  $x$  su funkcija obima i istorije njegovog ponašanja tj.  $x(\theta)$  za  $\theta \leq t$ .  $y(x)$  je rešenje jednačine (22) odnosno (23) zavisno od  $x(t)$ . U istraživanju troškova definišu se veličine kao što su prosečni i marginalni troškovi, ali samo za stacionarna stanja. Proširenjem funkcije troškova i na dinamička stanja moguće je proširiti i pojam prosečnih i marginalnih troškova, ako se ovi definisu pomoću funkcije troškova koja važi i za dinamička stanja. U ovom slučaju prosečni i marginalni troškovi su takođe funkcija obima  $x$  i njegovog ponašanja,  $x(t)$ , a stacionarni prosečni i marginalni troškovi su samo specijalan slučaj tako definisanih prosečnih i marginalnih troškova.

### 3.4. Dinamička analiza kritične tačke poslovanja

Analiza kretanja kritične tačke poslovanja je za teoriju jedan od trivijalnih problema ali je jedan od veoma korisnih instrumenata u upravljanju preduzećem. Zbog toga ćemo utvrditi implikacije tranzitivnih troškova na koncept i praktičan smisao korišćenja tog koncepta.

Uobičajena analiza kritične tačke prepostavlja da je funkcija ukupnih troškova data sa (2), da je potpuna konkurenca tj. ukupan prihod je dat relacijom (31)

$$P = p \cdot x$$
 (31)

tako da je dohodak preduzeća

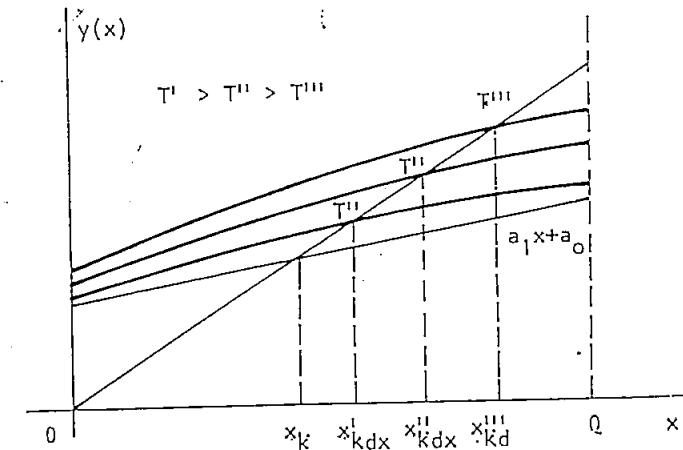
$$D = p \cdot x - (a_1 x + a_0)$$
 (32)

odakle sledi da je dohodak nula ako se proizvodi na obimu  $x_k$

$$x_k = \frac{a_0}{p - a_1}$$
 (33)

Obim  $x_k$  naziva se kritičan i otuda naziv »kritična tačka poslovanja«. Iz (33) sledi da je, za usvojene prepostavke,  $x_k$  funkcija fiksnih troškova, prodajne cene i promenljivih troškova po jedinici proizvodnje.

Ako se namesto stacionarne funkcije troškova (2) koristi funkcija (29) odnosno (30) zaključićemo, veoma lako, da je položaj kritične tačke poslovanja, obeležimo ga sada sa  $x_{kd}$ , funkcija parametara  $a_0, a_1, p, T_1, T$  za slučaj da obim proizvodnje linearno raste i da je uvek  $x_{kd} > x_k$ . Pored toga,  $x_{kd}$  je utoliko veće ukoliko je  $T$  manje tj. ukoliko brže menjamo obim proizvodnje, obično sa ciljem da se dostigne područje desno od kritične tačke poslovanja, kako je to dato na slici 7. Prema tome, kada se uzme u obzir dinamiku obima proizvodnje i njene posledice na ponašanje troškova, zaključuje se da je teže ostvariti pozitivne rezultate pri čestim i brzim promenama nego za slučaj ustaljenog nivoa proizvodnje. Odavde sledi jedna generalizacija koja kaže da je bolja ona politika koja duže drži obim proizvodnje na ustaljenom nivou od politike čestih promena, koje su obično opravdavane ili motivisane potrebama za adaptacijom prema ponašanju tražnje. Adaptacija je efikasna samo ako je



Slika 7.

dugoročna: predučeće koje često menja obim i strukturu proizvodnje ima gotovo garantovano sve uslove da postigne negativne rezultate.

#### 4. REZULTATI JEDNOG »EKSPERIMENTA«

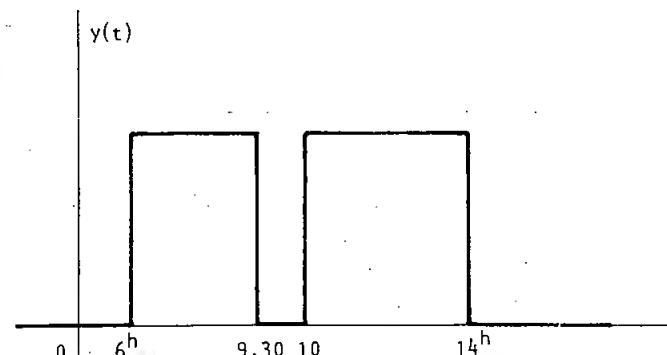
Statistika kretanja obima i troškova proizvodnje, čak i kada je veoma brižljivo vođena, ima osobinu pre da prikrije nego da pokaže egzistenciju tranzitivne komponente troškova. Zbog toga je veoma teško identifikovati model ponašanja troškova za promenljiv obim proizvodnje, odnosno model ponašanja proizvodnje pri promeni nivoa pojedinih inputa, kao što je npr. radna snaga. Ovde se prikazuju rezultati jednog statističkog istraživanja koje je omogućilo identifikaciju parametara prelaznih režima.

U jednom velikom preduzeću mereno je kretanje obima proizvodnje svakog časa u toku radnog dana, a za veći broj radnih dana. Tako su eliminisane varijacije koje su posledica osobenosti pojedinih radnih dana i dobijeni podaci o kretanju obima proizvodnje u toku prosečnog i reprezentativnog radnog dana. Ovde obim proizvodnje smatramo izlazom a broj angažovanih radnika (broj radnika koji rade) ulaznom veličinom, tj. analiziramo ponašanje obima proizvodnje,  $x$ , u funkciji ponašanja obima angažovanja radne snage,  $y$ .

Radna snaga, merena brojem uposlenih u toku radnog dana,  $x(t)$ , se ponaša kao na slici 8, tj. menja se četiri puta, pa se očekuje da se pojave četiri prelazna režima u ponašanju obima proizvodnje,  $x(t)$ . I zaista, tako nešto se i uočava na slici 9. koja sadrži statistiku kretanja obima proizvodnje u toku radnog dana. Statistički podaci za svaki prelazni režim su aproksimirani funkcijama  $x(t)$  koje su date u Tabeli 1.

Vrem. period	Obim proizvod. $x(t)$	Tranzitivni parametri $\alpha(\beta)$	$T_1(T_2)$ (h)
6—8,30	$39(1 - 0,51 e^{-0,144 t})$	0,51	1,15
9—10	$54 e^{-0,42 t}$	1,38	0,42
10—12	$31(1 - 0,856 e^{-0,204 t})$	0,856	0,84
13—14	$24,8 e^{-0,5 t}$	1,5	0,333

Analizirajmo fenomene iskazane u ovom eksperimentu. Postoji ukupno četiri prelazna režima u ponašanju obima proizvodnje, koji su generisani promenama u angažovanju radne snage. Pre početka radnog dana nivo angažovane radne snage je  $y_0 = 0$  a tolika je i vrednost izlaza, tj. obima proizvodnje. U 6 časova se angažuje ukupno uposlena radna snaga  $y_1 = R$ , što generiše prelazni režim u ponašanju obima proizvodnje koji traje sve do 8,30 časova kada se proizvodnja ustali na prosečnom nivou od  $x_1 = 39$  jedinica. Mera početne inercije je  $\alpha_1 = 0,51$  a vremenska konstanta iznosi  $T_1 = 1,15$  časova. Drugi prelazni režim je generisan smanjenjem angažovanja radne snage sa obima  $R$  na obim 0, prekidom rada za odmor. Ovde se događa interesantan fenomen koji pravi



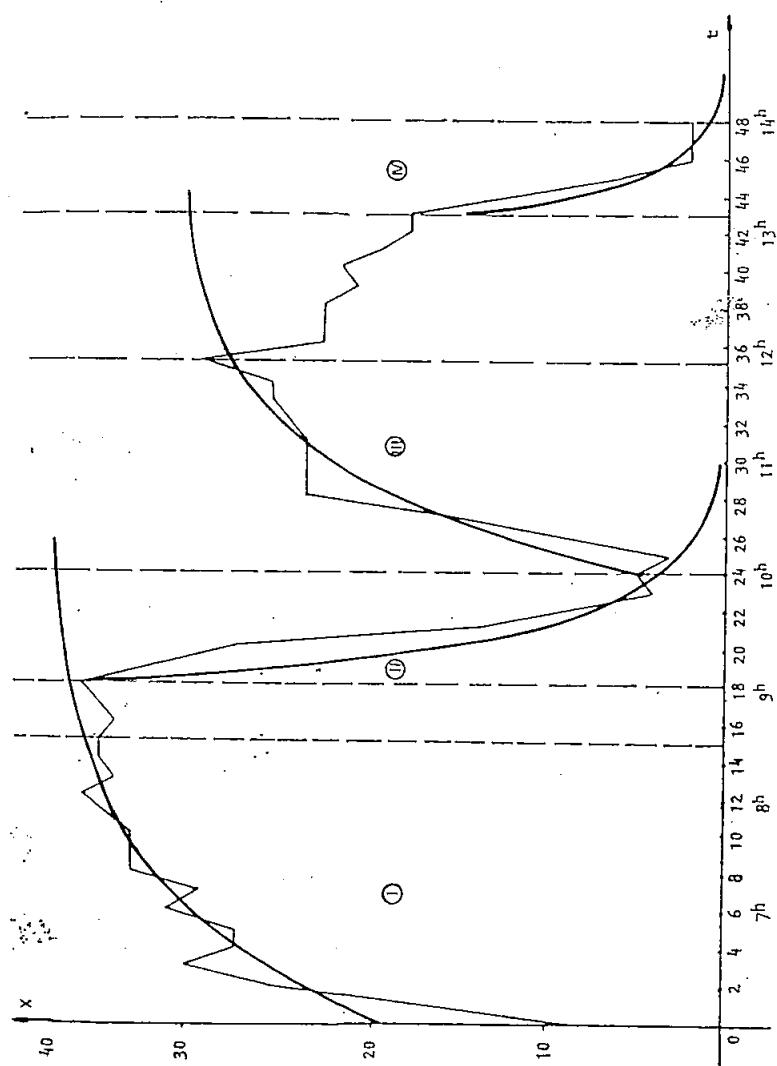
Slika 8.

suštinsku razliku između prelaznih pojava u mehaničkim i organizacijskim sistemima: pošto postoji informacija o budućem prekidu rada do toga dolazi ranije od normativno utvrđenog. Prema statistici u ovom eksperimentu smanjenje nadnog učinka počinje već u 9 časova pa drugi prelazni režim postoji u periodu od 9 do 10 časova. Parametri ovog prelaznog režima u ponašanju obima proizvodnje su  $\beta_1 = 1,38$  i  $T_2 = 0,42$  časova. Treći prelazni režim je generisan ponovnim angažovanjem radne snage po završetku odmora a četvrti prekidom rada na kraju radnog dana. Parametri svih prelaznih režima su dati u Tabeli 1.

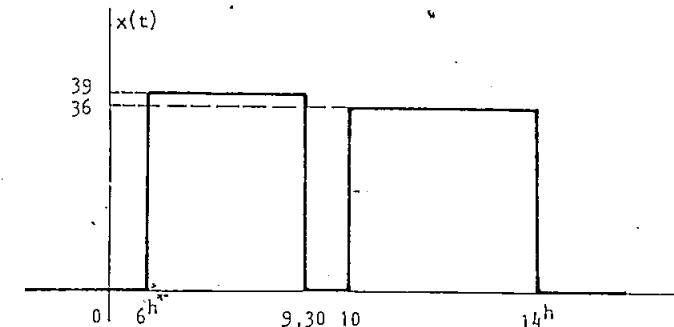
Na slici 9. primećujemo da se obim proizvodnje najvećim delom radnog dana nalazi u prelaznom režimu. U ustaljenom režimu se nalazi od 8,30 do 9,00 od 11,50 do 13,10 časova tj. ukupno 1 h 50' od ukupno 7 h i 30' aktivnog dela radnog dana. Ako prelazni režimi ne bi postojali, obim proizvodnje bi se ponašao kao na slici 10. pa postojanje prelaznih režima dovodi do »gubitaka« u ostvarivanju obima proizvodnje za preko 30%. Ovaj podatak je potvrda praktičnog značaja istraživanja prelaznih režima u ekonomskim i organizacijskim sistemima.

Od četiri prelazna režima dva su izazvana porastom a dva smanjenjem obima angažovanja radne snage. Interesantno je primetiti da se vrednosti vremenskih konstanti za prvi i treći (1,16 i 0,84) odnosno za drugi i četvrti (0,42 i 0,33) međusobno ne razlikuju mnogo. Međutim, vrednost vremenske konstante pri smanjenju angažovanja radne snage (prekid rada) je oko tri puta veća nego pri povećanju angažovanja radne snage (početak rada). To znači da se radna snaga tri puta brže adaptira na prekid nego na početak rada, što je prirodno u ljudskom ponašanju.

Parametri  $\alpha$  i  $\beta$  su mera osetljivosti obima proizvodnje (radnog učinka) na prestanke i otpočinjanja rada. U prvom prelaznom režimu vrednost parametra  $\alpha$  je 0,51 a u trećem 0,856 što se tumači većom pripremljenosti posla nakon pauze u toku radnog dana nego pri otpočinjanju radnog dana i većom adaptiranošću radnika na sve uslove rada.



Slika 9.



Slika 10.

Vrednost parametra  $\beta$  za drugi i četvrti prelazni režim je 1,38 i 1,5, respektivno, a razlika se istumači bržim prekidom posla na kraju radnog dana nego za odmor u toku radnog dana.

##### 5. MERA STATIČKE I DINAMIČKE VALJANOSTI UNUTRAŠNJE ORGANIZACIJE

Za zadane spoljne uslove osnovni ekonomski upravljački zadatak je da se troškovi proizvodnje minimiziraju. Ako je funkcija minimalnih (tehnologijom određenih) troškova proizvodnje u stacionarnim režimima data jednačinom (2), a stvarni troškovi posmatranog obima proizvodnje su  $\hat{y}_s(x)$  tada se odnos

$$\frac{a_1 x + a_o}{\hat{y}_s(x)} = 0_s \quad (32)$$

naziva mera statičke valjanosti unutrašnje organizacije preduzeća (mera valjanosti upravljanja u stacionarnim stanjima). Ukoliko je  $0_s$  bliže 1 utolikoj je unutrašnja organizacija bolja.

Ako se obim proizvodnje menja od  $x_0$  do  $x_1$  u periodu  $(0, T)$  preko funkcije  $x(t)$  i ako su minimalni troškovi (određeni tehnologijom proizvodnje i prelaska sa jedne na drugu proizvodnju)

$$Y = \int_0^T y(a_o, a_1, \alpha, \beta, T_1, T_2, x(t)) dt$$

$$= \int_0^T (a_1 x(t) + a_0) dt + \int_0^T y_s(\alpha, \beta, T_1, T_2, x(t)) dt$$

a stvarni troškovi u periodu T iznose

$$\hat{Y} = \int_0^T \hat{y}_s(x(t)) dt + \hat{Y}_t$$

tada je odnos

$$\frac{Y}{\hat{Y}} = \theta_d \quad (33)$$

približna mera dinamičke valjanosti unutrašnje organizacije preduzeća. Ukoliko je  $\theta_d$  bliže 1 utoliko je preduzeće sposobnije da efikasno ovlađa kretanjem troškova u promenljivim uslovima.

Odnos između vrednosti  $0_s$  i  $0_d$  nije unapred određen pa sledi  $0_s \leq 0_d$ . Veoma je verovatno da  $0_d \approx 1$  uslovljava  $0_s \approx 1$  tj. preduzeće koje uspešno kontroliše troškove u dinamičkim stanjima verovatno je efikasno i u kontroli troškova u ustaljenim režimima. Obratno ne mora da važi tj. preduzeće može biti vrlo efikasno u kontroli troškova u stacionarnom stanju ali neefikasno za dinamička stanja. Ovim se objašnjavaju teškoće u koje dolaze pojedina preduzeća pri fluktuaciji tražnje.

## 6. ZAVRŠNE NAPOMENE

C. Holt, F. Modigliani i H. Simon u (3) i (4) su identifikovali postojanje tranzitivne komponente troškova tvrdnjom da promena broja uposlenih izaziva novu komponentu troškova proizvodnje. Tvrđnja je ispravna ali model ponašanja tih troškova, označenih sa c,

$$c(x_{i-1}, x_i) = a(x_{i-1} - x_i)^2 \quad (34)$$

gde je  $x_i$  broj zaposlenih radnika u periodu i, nije tačan, iz sledećih razloga. Prvo, troškovi izazvani promenom radne snage ne postoje samo u periodu nastanka te promene — što implicira model a pogotovo njegovo korišćenje. Drugo, ovi troškovi su zavisni i od z n a k a i n a č i n a promene broja uposlenih, što inače ne sledi iz (34). Treće, prema (34) ovi troškovi su isti za isto apsolutno smanjenje i povećanje broja uposlenih, što je nesaglasno sa uobičajenom činjenicom da se ti troškovi razlikuju. Četvrtto, kvadratna zavisnost troškova od nivoa promene broja uposlenih se može uzeti samo kao pogodna aproksimacija za korišćenje u svrhu rešavanja modela optimizacije obima proizvodnje (Linearna pravila odlučivanja) ali time se čini suštinska greška jer model ponašanja ne smre biti funkcija modela kojim se želi uticati na ponašanje, već obratno. Konačno, model (34) nije posledica analize fenomena koji na-

staju promenom broja uposlenih već proizvoljna pretpostavka namenjena više daljem korišćenju a manje eksplikaciji — što je inače trebalo da bude smisao ovakvog modela.

U modelima industrijske dinamike troškovi proizvodnje su funkcija promena obima ali kao posledica apriorne (ničim dokazane) pretpostavke da je sistem transformacije utroška i odluka ekvivalentan sa mehaničkim, odnosno hidrauličnim dinamičkim sistemima. Osnovni koncept industrijske dinamike ne zasniva se na analizi fenomena transformacije ulaznih i izlaznih veličine i objašnjenjem mehanizama te transformacije već na apriornoj pretpostavci o ponašanju, npr. preduzeća, shvaćenog kao sistem sa ulazima i izlazima. Tako je dobijeno da preduzeće reaguje na isti način nezavisno od znaka promene ulazne veličine, što je u suprotnosti sa osnovnim svojstvima sistema u kojima učestvuju ljudi.

Analiza koju smo obavili radi identifikacije egzistencije tranzitivnih troškova i modela njihovog ponašanja može se proširiti i na analizu fenomena koji nastaju promenom ulaznih veličina drugih procesa u preduzećima, i ljudskim organizacijama uopšte. Međutim, zbog izuzetne složenosti tih procesa pokazaće se gotovo nemogućim da se utvrdi matematički model tranzitivnih komponenata izlaznih veličina.

Od posebnog interesa za analizu pojava u prelaznim režimima su oni procesi u kojima prelazni režimi igraju odlučujuću ulogu za shvatnje suštine mehanizama tih procesa. Ako se ne obrati pažnja na prelazne pojave postoji opasnost da se formiraju tvrdnje koje su netačne. Dobar primer su mnoge akcije i mera koje imaju za cilj unapređenje organizacije i uslova rada, čija primena znači promene u posmatranim sistemima a čiji efekti su najvećim delom prelaznog i prolaznog karaktera. Osnovna greška koja se pravi ovde je da se efekti koji imaju prelazni karakter shvataju kao permanentni i pomoću njih ocenjuje valjanost upravljačkih akcija i mera na duži rok.

Primljeno: 28. 9. 1979.

Prihvaćeno: 3. 12. 1979.

## LITERATURA

- (1) O. Lange: UVOD U EKONOMETRIJU, Veselin Masleša, Sarajevo 1960.
- (2) G. Stigler: PRODUCTION AND DISTRIBUTION IN THE SHORT RUN, Journal of Political Economy 47, 1939.
- (3) C. Holt, H. Simon: OPTIMAL DECISION RULES FOR PRODUCTION AND INVENTORY CONTROL, Case Institute of Technology, Ohio 1954.
- (4) C. Holt, F. Modigliani, J. Muth, H. Simon: PLANNING PRODUCTION, INVENTORIES AND WORK FORCE, Prentice Hall, New York 1960.
- (5) R. Cyert, J. March: A BEHAVIORAL THEORY OF THE FIRM, Prentice Hall, New York 1963.
- (6) J. Vaughan: ORGANIZATIONAL RESPONSE TO CHANGE, 34th National Meeting ORSA, Philadelphia.

- (7) J. Forrester: *INDUSTRIAL DYNAMICS*, MIT Press, Cambridge, Mass 1961.  
 (8) C. Ferguson: *THE NEOCLASSICAL THEORY OF PRODUCTION AND DISTRIBUTION*, University Press, Cambridge, Mass., 1969.

### ONE APPROACH TO THE ANALYSIS OF TRANSIENT REGIMES IN ECONOMIC AND ORGANIZATIONAL SYSTEMS

Vlastimir MATEJIC

#### Summary

This paper presents the first and main part of one attempt to discover, explain and describe transient phenomena in economic and organizational systems. These systems are considered as transforming input and control variables into output. The existing theory deals only or at least mainly with permanent regimes, so relations between input and output variables are valid only for such regimes, i.e., steady states. However, the main feature of an economic and organizational system is the variability of input and control variables, thus these systems are permanently or mostly in transient states. On the contrary, physical and mechanical systems are more rarely in transient regimes, but transient phenomena in these systems are very deeply investigated.

In the introductory part of the paper, some motives for investigating transient regimes are presented. It is shown that some of the research results in this field are obtained by methodologically invalid procedures, thus the results are invalid, too.

The next part of the paper gives a methodology for a quantitative description of transient phenomena, but for clarity reasons it deals with the very specific problem of the explanation and description of the transient components of cost function. The investigation resulted in a very specific model of cost function which happens to be dual: one for positive and the other for negative rate of change of production volume. This result is a formal description of the fundamental differences between economic-organizational and physical systems. It is shown that traditionally-accepted uniqueness of cost or production function is valid only for permanent regimes; for dynamic processes that does not hold any more.

The models of transient cost behaviour enabled the explanation and even the resolution of some problems which are in the field of cost theory. First, it is shown how the dynamics of production volume behaviour influence the concavity-convexity of cost function. Second, the very old controversy of cost "irreversibility" is treated on a more firm theoretical basis and hopefully satisfactory answer is given. Thirdly, the practical implication of the theory of transient cost on the problem of movement of break-even point is analyzed. It is shown that the break-even point is determined by the path of production volume in addition to traditional determinants. The main benefit of this analysis is

a procedure to determine the optimal production volume path which differs from the usual concept of full adaptation to the demand path. Finally, it is stressed that cost function in the usual sense is only a special case of a more general cost function model. Thus a whole spectrum of average and marginal cost functions can be defined.

One part of the paper is devoted to the analysis of an experiment which was used to illustrate the theoretical findings, to demonstrate the procedure for identification of transient parameters, and to show how important the investigation of transient regimes is for very practical purposes. The numerical value of "losses" generated by transient phenomena fully justifies the research and measurement of transient cost. In conclusion, the principal difference is shown between the results presented in this paper and those of two others, which for a long time have been accepted as a valid description of transient cost behaviour.