

## LITERATURA

1. J. R. Isbell and W. H. Marlow, Attrition Games, *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 3, 1956, No. 1, 71—93.
2. M. Grunspan and M. E. Thomas, Hyperbolic Integer Programming, *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 20, 1973, No. 2, 341—356.
3. O. L. Mangasarian, Nonlinear Fractional Programming, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 12, 1969, No. 1, 1—10.
4. Lj. Martić, *Nelinearno programiranje*. Odabrana poglavlja, Zagreb, 1973.
5. J. Kaška i M. Pišek, Kvadraticko-lineárni lomené programování, *Ekonomicko-matematicky obzor*, R.2, 1966, č.2, 169—173.

## A GENERALIZATION OF THE ISBELL-MARLOW'S METHOD

by

Ljubomir MARTIC

## Summary

J.R. Isbell and W.H. Marlow [1] are the authors of the first method in linear fractional or hyperbolic programming. M. Grunspan and M. E. Thomas [2] have recently generalized this method in order to solve the problem of hyperbolic integer programming. We have shown in this paper that the original Isbell-Marlow's algorithm can be extended to pseudo-convex fractional nonlinear programming.

The first part of the paper deals with the manner in which the Isbell-Marlow's algorithm is applied to the problem of maximization of numerical differentiable function (1) on set (2) under the assumption that  $S$  is bounded and that relation (3) is satisfied.

In the second part of the paper the problem of nonlinear fractional programming (5) — (7) is taken into consideration, whereat  $S$  is assumed as being bounded and non-empty set and  $G(X) \neq \emptyset$  for each  $X \in S$ . O.L. Mangasarian [3] has proved that the objective function  $Q(X)$  is pseudo-convex if requirements (A) and (B) are fulfilled. We have reduced the problem of pseudo-convex programming (5) — (7) to a series of convex programming problems (8). In order to illustrate this procedure we have taken the example of J. Kaška and M. Pišek's paper [5]. We have reduced their problem to a series of problems of convex quadratic programming, and have solved the latter ones by a geometric method (see Fig. 1).

INTERPRETACIJA SEKTORSKOG MULTIPLIKATORA I REDUKCIJA  
STRUKTURE CIJENA NA DODANU VRIJEDNOST  
I UVOZNI SADRŽAJ

## 1. Redukcija polazne strukture cijena i rezultirajuća interpretacija sektorskih multiplikatora

Strukturu cijene proizvoda svakog proizvodnog sektora sačinjavaju utrošci predmeta rada (intermedijskih proizvoda) domaćeg i eventualno uvoznog porijekla te dodana vrijednost sastavljena od amortizacije kao prenesenog dijela vrijednosti sredstava rada i novostvorene vrijednosti. Poznato je da se pomoću međusektorskog modela narodne privrede ova polazna struktura cijene može reducirati na uvozni sadržaj (direktni i indirektni utrošak uvoznih intermedijskih proizvoda) i dodanu vrijednost.<sup>1)</sup> To se postiže tako da se domaći intermedijni proizvodi utrošeni u svakom pojedinom sektoru totalno dekomponiraju na dodanu vrijednost i uvozni sadržaj.

Napišimo u tu svrhu strukture cijena svih sektora u obliku matrice strukture cijena  $S$

$$S = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \\ \hline m_1 & m_2 & \dots & m_n \\ d_1 & d_2 & \dots & d_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ \vdots \\ m \\ d \end{bmatrix} \quad (1)$$

gdje je

$a_{ij}$  domaća komponenta tehničkog koeficijenta (utrošak domaćih proizvoda sektora  $i$  po jedinici proizvodnje sektora  $j$ )

$A$  domaća komponenta matrice tehničkih koeficijenata

$m_j$  utrošak uvoznih intermedijskih proizvoda po jedinici proizvodnje sektora  $j$  (direktni uvozni koeficijent sektora  $j$ )

$m = (m_1, m_2, \dots, m_n)$

$d_j$  dodana vrijednost po jedinici proizvodnje sektora  $j$  (direktni koeficijent dodane vrijednosti sektora  $j$ )

$d = (d_1, d_2, \dots, d_n)$

Suma svakog stupca matrice strukture cijena po definiciji je jednaka je

<sup>1)</sup> Vidi M. Sekulić: »Primjena strukturalnih modela u planiranju privrednog razvoja«, Narodne novine, Zagreb, 1968, str. 101—107.

dinici, tako da polazne strukture čitavog sistema cijena možemo u sažetoj matričnoj notaciji napisati ovako

$$iA + m + d = i \quad (2)$$

gdje je  $i$  vektor-redak sastavljen od  $n$  jedinica.

Ako sada u ovom izrazu član  $iA$  prebacimo na desnu stranu i izlučimo vektor  $i$

$$m + d = i(I - A) \quad (I = \text{jedinična matrica})$$

pa dobiveni izraz pomnožimo s desna s matričnim multiplikatorom  $(I - A)^{-1}$ , dobivamo konačno

$$m(I - A)^{-1} + d(I - A)^{-1} = i \quad (3)$$

Kao što vidimo, polazna struktura cijene za sektor  $j$

$$a_{1j} + a_{2j} + \dots + a_{mj} + m_j + d_j = 1$$

u kojoj fungiraju utrošci domaćih intermedijarnih proizvoda te direktni uvozni koeficijent i direktni koeficijent dodane vrijednosti tog sektora, reducirana je u izrazu (3) na uvozni sadržaj i dodanu vrijednost:

$$m_i r_{ij} + m_i r_{ij} + \dots + m_n r_{nj} + d_i r_{ij} + d_i r_{ij} + \dots + d_n r_{nj} = 1 \quad (4)$$

gdje je  $r_{ij}$  elemenat matričnog multiplikatora.

U izrazu (4) cijena sektora  $j$  prikazana je kao funkcija uvoznih intermedijarnih proizvoda utrošenih u svim sektorima proizvodnog sistema i dodane vrijednosti formirane u svim sektorima proizvodnog sistema privrede. Parametri te funkcije su sektorski multiplikatori  $r_{1j}, \dots, r_{nj}$ . Osjetljivost cijene  $p_j$  tog sektora na promjenu  $m_i$  i  $d_i$  u sektoru  $i$  je

$$\frac{\partial p_j}{\partial m_i} = \frac{\partial p_j}{\partial d_i} = r_{ij} \quad (5)$$

Na taj se način isprepletene međuzavisnosti koje postoje u sistemu cijena narodne privrede švode na elementarne odnose i dobivaju se kvantitativni indikatori osjetljivosti cijena svakog pojedinog sektora na promjene cijena uvoznih intermedijarnih proizvoda i na promjene dodane vrijednosti u bilo kom sektoru proizvodnog sistema privrede.

Iz toga slijedi i specifična interpretacija sektorskog multiplikatora  $r_{ij}$  po kojoj on predstavlja ukupni (direktni i indirektni) utrošak intermedijarnih proizvoda sektora  $i$  po jedinici proizvodnje sektora  $j$ . Naime, član  $m_i r_{ij}$  u izrazu (4) označava uvozne proizvode koji su utrošeni u sektoru  $i$  ali su u reprodukcionom procesu preko međusektorskog isporuka intermedijarnih proizvoda u krajnjoj liniji ugrađeni u jedinicu proizvodnje sektora  $j$ . Odgovarajuće značenje ima i član  $d_i r_{ij}$ . Zbog toga, svaku promjenu cijena uvoznih intermedijarnih proizvoda koje troši sektor  $i$  kao i svaku promjenu dodane vrijednosti u tom sektoru treba multiplicirati s  $r_{ij}$  da bi se utvrdio njezin krajnji efekat na cijenu sektora  $j$ .

S druge strane, u međusektorskoj analizi sektorski se multiplikator  $r_{ij}$  uobičajeno interpretira kao veličina proizvodnje sektora  $i$  uvjetovana jedinicom finalnih isporuka sektora  $j$ . Ta se interpretacija temelji na riješenom obliku međusektorskog modela.

$$X = (I - A)^{-1} \cdot Y \quad (6)$$

( $X$  = vektor-stupac proizvodnje,  
 $Y$  = vektor-stupac finalnih isporuka)

u kome je proizvodnja izražena kao funkcija finalnih isporuka, odakle je za sektor  $i$

$$X_i = r_{i1} Y_1 + \dots + r_{in} Y_n$$

to jest

$$\frac{\partial X_i}{\partial Y_j} = r_{ij} \quad (7)$$

Dakle, jedna interpretacija sektorskog multiplikatora proizlazi iz međusektorskog modela cijena, a druga iz međusektorskog modela proizvodnje. Mi ćemo ovdje, međutim, pokazati da se i jedna i druga interpretacija može izvesti iz modela proizvodnje.

## 2. Dvije interpretacije sektorskog multiplikatora

Pođimo od poznatog iterativnog postupka rješavanja međusektorskog modela razvojem u beskonačni konvergentni red rastućih potencija matrice tehničkih koeficijenata  $A$ :

$$X = Y + AY + A^2Y + \dots \quad (8)$$

odnosno

$$X = (I + A + A^2 + \dots) \cdot Y$$

odakle slijedi, upoređujući sa riješenim oblikom modela (6), da je

$$(I - A)^{-1} = I + A + A^2 + \dots \quad (9)$$

pri čemu, kao što je također dobro poznato, kod realnih proizvodnih sistema  $A^k \rightarrow 0$  kada  $k \rightarrow \infty$ .

Ako sada kao vektor finalnih isporuka  $Y$  definiramo jedinični vektor u kome je  $j$ -ti elemenat jednak jedinici a svi ostali elementi jednaki nuli, onda ćemo kao rezultat proračuna po shemi (8) dobiti  $j$ -ti stupac matričnog multiplikatora koji će nam pokazivati potrebnu proizvodnju pojedinih sektora, uvjetovanu jedinicom finalnih isporuka sektora  $j$ . Uočimo da u tom slučaju drugi član  $A$   $Y$  konvergentnog reda predstavlja u stvari  $j$ -ti stupac matrice  $A$ , to jest direktni utrošak proizvoda pojedinih sektora po jedinici proizvodnje sektora  $j$ . Slijedeći član  $A^2Y$  proizlazi iz množenja ovih di-

rektnih utrošaka s matricom  $A$  i pokazuje prvu etapu iz beskonačnog konvergentnog niza indirektnih utrošaka, što ih induciraju ovi direktni utrošci. Inducirani niz indirektnih utrošaka daje zajedno s direktnim utrošcima ukupan utrošak proizvoda pojedinih sektora po jedinici proizvodnje sektora  $j$ .

Prema tome, iterativnu shemu razvoja u red matričnih potencija možemo postaviti i ne operirajući s pojmom finalnih isporuka.<sup>2)</sup> Utrošci intermedijarnih proizvoda pojedinih sektora po jedinici proizvodnje svakog sektora prikazani su u odgovarajućim stupcima matrice  $A$ . To su direktni utrošci. Oni induciraju beskonačni konvergentni niz indirektnih utrošaka, tako da su ukupni utrošci intermedijarnih proizvoda po jedinici proizvodnje pojedinih sektora predstavljeni odgovarajućim stupcima matrice  $C$  formirane na slijedeći način

$$C = A + A^2 + A^3 + \dots \quad (10)$$

Upoređujući (10) sa (9), vidimo da je

$$C = (I - A)^{-1} - I \quad (11)$$

Iz (11) slijedi, dakle, da je ukupan (direktni i indirektni) utrošak intermedijarnih proizvoda sektora  $i$  po jedinici proizvodnje sektora  $j$  određen sektorskim multiplikatorom  $r_{ij}$ , a ukupan utrošak intermedijarnih proizvoda vlastite proizvodnje iznosi ( $r_{ii} - 1$ ). Tako smo iz modela proizvodnje izveli obje interpretacije sektorskog multiplikatora. One se razlikuju samo za sektorske multiplikatore na glavnoj dijagonali, a to nužno proizlazi i iz same logike jedne i druge interpretacije.

Na desnoj strani izraza (10) možemo izlučiti matricu  $A$ :

$$C = (I + A + A^2 + \dots) \cdot A$$

tako da je

$$C = (I - A)^{-1} \cdot A \quad (12)$$

odnosno

$$(I - A)^{-1} - I = (I - A)^{-1} \cdot A \quad (13)$$

Da je ovaj identitet valjan, možemo opet lako vidjeti ako ga s lijeva pomnožimo sa  $(I - A)$

$$I - (I - A) = A$$

to jest

$$A = A$$

<sup>2)</sup> Vidi također: Agenbegjan & Granberg: »Ekonomiko-matematičeskij analiz međutraslovnog balansa SSSR«, Izd. »Mysl«, Moskva 1968, str. 136—154.

### 3. Iterativni postupak totalne redukcije strukture cijena

Do izraza (3) za totalnu redukciju strukture cijena na dodanu vrijednost i uvozni sadržaj mi smo došli neposrednim matematičkim transformiranjem izraza (2) za polaznu strukturu cijena. Sada ćemo, međutim, konstruirati iterativni postupak koji će nam omogućiti da na zoran način pratimo postupno izlučivanje sadržaja uvoznih intermedijarnih proizvoda i dodane vrijednosti iz utrošaka domaćih intermedijarnih proizvoda.

Postupak možemo skicirati ovako. Uzmimo kao primjer drugi sektor iz naše matrice strukture cijena  $S$ . Utrošak intermedijarnih proizvoda porijeklom iz prvog sektora po jedinici proizvodnje drugog sektora (koeficijent  $a_{12}$ ) rastavljamo množenjem s prvim stupcem matrice  $S$  na u njemu sadržane intermedijarne proizvode domaćeg porijekla, uvozne proizvode i dodanu vrijednost. Iz tog utroška izlučujemo na taj način *direktno* učešće uvoznih intermedijarnih proizvoda ( $a_{12} \cdot m_1$ ) i dodane vrijednosti ( $a_{12} \cdot d_1$ ), koje pribajamo direktnom uvoznom koeficijentu ( $m_1$ ), odnosno direktnom koeficijentu dodane vrijednosti ( $d_1$ ) drugog sektora. Na isti način dekomponiramo i utroške domaćih intermedijarnih proizvoda porijeklom iz svih ostalih sektora (to jest koeficijente  $a_{21}, a_{31}, \dots, a_{n1}$ ). Ako dobivene vektor-stupce strukture cijena pojedinih utrošaka zbrojimo:

$$\begin{array}{c|c|c|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \\ m_1 & m_2 & \dots & m_n \\ d_1 & d_2 & \dots & d_n \end{array} + \begin{array}{c|c|c|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \\ m_1 & m_2 & \dots & m_n \\ d_1 & d_2 & \dots & d_n \end{array} + \dots + \begin{array}{c|c|c|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \\ m_1 & m_2 & \dots & m_n \\ d_1 & d_2 & \dots & d_n \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \\ m_1 & m_2 & \dots & m_n \\ d_1 & d_2 & \dots & d_n \end{array} \quad (14)$$

preostaju nam materijalni utrošci drugog sektora iz kojih je isključeno direktno učešće uvoznih intermedijarnih proizvoda i dodane vrijednosti, a koje treba pribrojiti direktnom uvoznom koeficijentu, odnosno direktnom koeficijentu dodane vrijednosti drugog sektora.

Očito je da ovaj proces rastavljanja materijalnih utrošaka na njihove komponente treba sada dalje nastaviti primjenjujući ga na materijalne utroške koji su preostali nakon ove prve etape izlučivanja uvoznih intermedijarnih proizvoda i dodane vrijednosti. Očito je isto tako da se taj proces teoretski nastavlja u beskonačnost, ali s obzirom na poznata svojstva matrice  $A$  realnih proizvodnih sistema u svakoj narednoj etapi rastavljanja iznos preostalih domaćih materijalnih utrošaka se smanjuje tako da odgovarajući niz konvergira prema nuli. U krajnjoj liniji domaći materijalni utrošci drugog sektora će u cijelini biti dekomponirani na u njima sadržane uvozne intermedijarne proizvode i dodanu vrijednost.

Da bismo ovaj postupak shematsirali i razvili metodu totalne redukcije strukture cijena, uočimo da se sumiranje vektor-stupaca u (14) svodi na množenje matrice  $S$  s vektor-stupcem matrice  $A$  koji odgovara drugom sektoru. Prema tome, prvu etapu rastavljanja strukture cijena svih sektora izvest ćemo množenjem matrice  $S$  s matricom  $A$

$$S \cdot A = \begin{bmatrix} A \\ m \\ d \end{bmatrix} \cdot A = \begin{bmatrix} A^2 \\ m \cdot A \\ d \cdot A \end{bmatrix} \quad (15)$$

i pribrajanjem dobivenog vektor-retka  $mA$  vektor-retku  $m$ , a dobivenog vektor-retka  $d \cdot A$  vektor-retku  $d$ . Na taj smo način nakon prve etape rastavljanja od polazne strukture cijena (2)

$$iA + m + d = i$$

prešli na strukturu

$$iA^2 + (m + mA) + (d + dA) = i$$

odnosno

$$iA^2 + m(I + A) + d(I + A) = i \quad (16)$$

Po istoj logici prelazimo sada na drugu etapu rastavljanja preostalih dočnačih materijalnih utrošaka reprezentiranih matricom  $A^2$ , tako da matricu  $S$  pomnožimo s matricom  $A^2$

$$S \cdot A^2 = \begin{bmatrix} A^2 \\ m \cdot A^2 \\ d \cdot A^2 \end{bmatrix}$$

i dobiveni vektor-retak  $mA^2$  pribrojimo vektor-retku  $m(I + A)$  koji je uslijedio nakon prve etape rastavljanja, a dobiveni vektor-retak  $dA^2$  vektor-retku  $d(I + A)$ . Tako, nakon druge etape rastavljanja (16) prelazi u

$$iA^3 + m(I + A + A^2) + d(I + A + A^2) = i \quad (17)$$

Očito je da se ovaj iterativni proces na prikazani shematski način nastavlja dalje, kroz treću, četvrtu itd. etapu rastavljanja preostalih materijalnih utrošaka, tako da će struktura cijena nakon  $k$ -te iteracije biti

$$iA^k + m(I + A + A^2 + \dots + A^{k-1}) + d(I + A + A^2 + \dots + A^{k-1}) = i \quad (18)$$

Međutim, već je spomenuto da u slučaju realnih proizvodnih sistema kada  $k \rightarrow \infty$  onda  $A^k \rightarrow 0$ , pa s obzirom na (9) izraz (18) konačno prelazi u već ranije dobiveni izraz (3)

$$m(I - A)^{-1} + d(I - A)^{-1} = i$$

u kome je struktura cijene svakog pojedinog sektora u cjelini reducirana na utrošak uvoznih intermedijarnih proizvoda i dodanu vrijednost u svim sektorima proizvodnog sistema privrede.

Kao što vidimo, ovaj nam iterativni postupak omogućuje da pratimo postupno izlučivanje uvoznog sadržaja i dodane vrijednosti iz utrošaka domaćih intermedijarnih proizvoda, kao što nam i iterativni postupak rješavanja međusektorskog modela proizvodnje omogućuje praćenje postupnog formiranja proizvodnje uvjetovane određenim finalnim isporukama, odnosno postupnog formiranja indirektnih utrošaka intermedijarnih proizvoda, što ih inducira jedinicu proizvodnje nekog sektora.

Ekonomska institut,  
Zagreb

Mijo SEKULIC

INTERPRETATION OF SECTORAL MULTIPLIERS AND  
REDUCTION OF PRICE STRUCTURE TO VALUE  
ADDED AND IMPORT CONTENT

by

Mijo SEKULIC

Summary

In the solution of the input-output price model the price of the product of each sector is represented as a function of the imports used and the value added in all productive sectors per unit of output. The corresponding coefficients of the inverse  $(I - A)^{-1}$ , the sectoral multipliers, are the parameters of this function so that the sectoral multiplier  $r_{ij}$  measures the dependence of the price of the product of sector  $j$  on value added and on imports in sector  $i$ . This implies that the multiplier shows the direct and indirect requirements of the output of sector  $i$  per unit of total output of sector  $j$ . On the other side, a different interpretation of the multiplier  $r_{ij}$  follows from the solution of the input-output production model. In this case  $r_{ij}$  shows the direct and indirect requirements of the output of sector  $i$  per unit of final demand deliveries of sector  $j$ .

The paper shows that both interpretations may be derived from the solution of the production model by replacing the final demand vector by the matrix of input coefficients  $A$  in the iterative procedure of the power series expansion. If matrix  $A$  is multiplied by itself we get the first round

of requirements of intermediate goods per unit of output of each sector. Continuing this process which consists of raising  $A$  to a successively higher power and using the well-known result of the power series expansion of  $(I - A)^{-1}$  we finally arrive at the matrix  $C = (I - A)^{-1} - I$  whose element  $c_{ij} = r_{ij}$  shows the total requirements of the product of sector  $i$  per unit of output of sector  $j$ . The only difference is in the diagonal element  $c_{ii} = (r_{ii} - 1)$ , which is a logical consequence of the two different interpretations.

In the final section of the paper the author develops an iterative procedure for the total decomposition of the original price structure to import content and value added. This procedure follows the logic of the successive extraction of import content and value added from the domestic intermediate goods used in each sector, in a manner similar to the iterative procedure of solving the production model which traces the successive increments in additional intermediate goods induced by a given final demand vector or by the column vector of input coefficients of a given productive sector.

## PRODUKTIVNOST RADA I GLOBALNA PRODUKTIVNOST FAKTORA PROIZVODNJE<sup>1)</sup>

### 1. Umjesto uvoda

O produktivnosti je opravдано говорити када је један од фактора производње или једини фактор производње, explicite узвеши, живи људски рад. У свим се осталим slučajevima, када се производња ставља у однос с факторима производње који нису живи људски рад или међу којима живог људског рада нema, засијело ради о дефинирању показатеља искorištenosti, односно djelotvornosti тих фактора производње.<sup>2)</sup>

Empirijska анализа производњости рада, извршена за привреду без полјопривреде и индустрију послијератне Југославије, темелјена на indeksima друштвеног производа и запошљености, те на оценама производних функција на основи рада као фактора производње,<sup>3)</sup> дала је сlijedeće основне налазе.

Прво, кретање производњости рада, директно, зависи о кретању производње а индиректно о кретању запошљености. Наime, empirijska istraživanja pokazuju да је запошљеност под utjecajem promjena u производ-

<sup>1)</sup> Izvadak iz magistarskog rada pod istim naslovom koji je obranjen 3. januara 1974. god. u Beogradu na Poslediplomskoj školi Institut-a ekonomskih nauka, grupa »Ekonomski analizi i planiranje«.

<sup>2)</sup> Ako se u nastavku na неким mjestima i upotrijebi termin »produktivnost« uz faktore производње онда је то uvjetno i само u namjeri da se ne unese zbrka u inače nedovoljno sреđenoj situaciji u нас u pogledu ekonomske terminologije.

<sup>3)</sup> U ocjenjivanju i testiranju je koristen linearni oblik,  $Q(t) = ak(t) + b$ , упростено производне функције опег облика  $Q=f(R)$ ; где је  $Q$  друштveni proizvod, а  $R$ =broj zaposlenih

nji, a ne obrnuto. Koliko snaga direktnih veza prevladava, toliko produktivnost rada više zavisi o kretanju proizvodnje nego o kretanju запошљености. Odnosno, rast proizvodnje više utječe na rast produktivnosti rada nego što rast запошљенosti utječe na njezino smanjenje.

Drugo, zbog oscilatornog — umjesto kontinuiranog uzlaznog — kretanja društvenog proizvoda nastaju određeni gubici. Da nije važila u okviru prvog nalaza utvrđena empirijska zakonitost, odnosno da i produktivnost rada nije bila podložna oscilatornim kretanjima gubici bi bili osjetno manji, odnosno društveni bi proizvod bio znatno veći da je produktivnost rada stvarno запошљених била у свим годинама poslije jednog vrha pri-vrednog ciklusa brža po dinamici него у том vrhu, a sporija nego у sljedećem — uz dodatak (који је у мasi gubitaka oko dva puta значајнији) да zbog sukcesivnog usporavanja nije smanjena i prosječna stopa rasta produktivnosti rada. Tako bi uz tu pretpostavku u privredi bez poljoprivrede, u razdoblju od 1957—1969. god. bilo stvoreno oko 34 milijarde dinara društvenog proizvoda (u cijenama 1966. godine) више него što јест.<sup>4)</sup>

I treće, ukupno gledajući poslijeratno razdoblje, produktivnost se rada, просјечно godišnje, значајno povećavala bez obzira на споменuto oscilatorno kretanje. Iz proumatranja pojedinih kraćih razdoblja dobiva se sljedeća slika. Rast produktivnosti rada je usporen u razdoblju od 1947—1955. god., како у привреди без полјoprivrede tako и у индустрији. У доловима привредnih ciklusa je i do 3 indeksna poena niži od prosjeka za razdoblje на које se proteže pojedini ciklus. U razdoblju od 1955—1964. god. je ostvareno значајno povećanje produktivnosti rada. I u svjetskim razmjerama nije у то vrijeme bilo uspješnije ekonomike. Но Jugoslaviju valja, приje svega, usporediti sa земљама Јужне Европе, jer су one srodnih карактеристика с обзиром на привредnu razvijenost. Kad se i ta usporedba izvrši<sup>5)</sup> за razdoblje su od 1955—1964. god. sve prednosti ponovo на strani наше земље. Međutim, за razdoblje poslije 1964. godine iz usporedbe с ovom групом земаља proizlazi да су нам susjedi поčeli odmicati.

Nastajeći da pobliže objasnimo ne samo tendencije u kretanju производњости него и да eventualno pridonošemo upoznavanju korita pojedinih привредnih tokova у нас, а reljef je тih korita често uzrok vrtloga ili привремениh zastoja, razmotrit ćemo pobliže kretanje globalne производњости faktora производње. Time ujedno ulazimo u područje istraživanja i mijenjanja tehnološkog progresa.

### I. TEORIJSKE OSNOVE ZA MJERENJE GLOBALNE PRODUKTIVNOSTI FAKTORA PROIZVODNJE

Porast djelotvornosti faktora који или neposredno sudjeluju u производњи или чiji posredni utjecaj na производњu postoji izražava se kao tehnološki progres. On je rezultat svih onih promjena које se unose u производ

<sup>4)</sup> U mjerenu je korištena metoda Branka Horvata. Поближе видjeti u njegovoj knjizi: *Privredni ciklusi u Jugoslaviji*, Institut ekonomskih nauka, Beograd 1969. god.

<sup>5)</sup> Odgovarajući se podaci mogu naći u »The European Economy From The 1950s to The 1970s«; United Nations, New York 1972, tabelle 6. i 16.