# UTVRĐIVANJE OPTIMALNE KOMBINACIJE VALUTNIH TRANSAKCIJA U PROBLEMU VALUTNE ARBITRAŽE

*Stiepo ANDRIJIĆ**

## 1. Uvod

Međunarodna kupoprodaja roba i usluga nužno dovodi do pojave deviza. Tako nastala deviza i sama postaje roba, iako specifična, sa svojim tržištem i cijenom. Na njenu daljnju cirkulaciju na deviznim tržištima, važno je istaknuti, nema nikakvog utjecaja robna transakcija iz koje je deviza proistekla.

Kupoprodaja deviza se odvija na samostalnim tržištima, deviznim tržištima, prema zakonomjernostima što vladaju na tom tržištu. Na njemu se formiraju cijene deviza (devizni tečaj), po pravilu, slobodno prema odnosu ponude i tražnje deviza. Taj način formiranja deviznih tečajeva prouzrokuje tečajne razlike na burzama u različitim zemljama, što ima za posljedicu da imaoci deviza kupoprodajama tih deviza mogu ostvariti pozitivan financijski rezultat.

## 2. Valutna arbitraža

Postupak procjenjivanja raznih kupoprodajnih mogućnosti i odlučivanje koja je od svih kupoprodaja najpovoljnija, sa stajališta ostvarivanja najvećeg financijskog rezultata, naziva se valutnom arbitražom.[1]) Osoba koja vrši arbitriranje valuta je arbitar.

### 2.1. Predmet i uvjeti valutne arbitraže

Uvjeti u kojima se danas na svjetskom deviznom tržištu vrši kupoprodaja deviza određuju prostor i ograničavajuće faktore valutne arbitraže, zbog čega je neophodno, prije nego što pristupimo definiranju problema valutne arbitraže, njih ukratko opisati.

Na deviznom tržištu su najvažnije tekuće operacije, a to su transakcije koje pokrivaju najznačajniju oblast ekonomskih odnosa s inozemstvom: iz-

*) Asistent Ekonomskog fakulteta u Sarajevu.

[1]) Lat. arbitrari = suditi, misliti.

voz i uvoz roba i usluga. Predmet valutne arbitraže će biti upravo tekuće operacije. Razlog je i taj što se moderna konvertibilnost valuta svodi na sferu tekućih transakcija, tako da su samo tekuće operacije na deviznom tržištu one koje sačinjavaju suštinu pravog deviznog tržišta. One su te koje su, po pravilu, odlučujuće u formiranju deviznog tečaja. Kapitalne transakcije obuhvataju relativno mali dio transakcija na deviznom tržištu. Odnose se najvećim dijelom na operacije kratkoročnim kapitalom čije je kretanje kompenzacionog karaktera, te ih možemo zanemariti u valutnoj arbitraži.

Konvertibilnost valuta, bez koje nema valutne arbitraže u suvremenom svijetu, ima ograničenja: a) ona nije konvertibilnost za zlato, b) njeno ograničenje sastoji se i u tome što je suvremena konvertibilnost, pretvorivost valute u drugu, samo u sferi tekućih transakcija, tj. isključene su kapitalne transakcije; c) zahtjev za konverziju može doći samo od vanjskih deviznih rezidenata, a ne i domaćih, usljed čega se suvremena konvertibilnost i naziva vanjskom konvertibilnošću.

Navedena ograničenja suvremene konvertibilnosti, karakteristična za današnje međunarodne ekonomske odnose, zadržavaju ipak institut konvertibilnosti u njenoj biti neokrnjen. Naime, današnji sustav konvertibilnosti osigurava u osnovici multilateralizam u sferi tekućih transakcija, a to znači u sferi svjetske trgovine. Sam institut konvertibilnosti je sračunat, otkako postoji, na to da prvenstveno osigura funkcioniranje međunarodne ekonomije, da učesnici u međunarodnoj trgovini raspolažu mogućnošću multilateralnih plaćanja.

Suvremeni bankarski sustav, sa razvijenom mrežom filijala i predstavništava, opremljen najsuvremenijim sredstvima komuniciranja, sposoban je da u svakom momentu reagira na promjenu deviznih tečajeva na bilo kojem deviznom tržištu i nastale promjene iskoristi za obavljanje deviznih transakcija koje će mu donijeti financijsku dobit.

Vrijedno je istaknuti da intencija naše zemlje ka konvertibilnosti nacionalne valute — dinara aktualizira poslove koji su vezani za arbitriranje valuta. Najnovijim propisima o deviznom poslovanju[2]) otvaraju se vrata deviznim tržištima. Radi se o značajnijoj promjeni u našem deviznom poslovanju, o novim pojedinostima i momentima koji su ne samo novi nego čak i dalekosežniji. Pored kupoprodaje na domaćem deviznom tržištu ovlašćene banke se mogu pojavljivati kao kupci i prodavci deviza i na inozemnom tržištu, sa ciljem da vrše konverziju jedne vrste valute u drugu, što znači da mogu vršiti arbitriranje valuta na domaćem i inozemnom deviznom tržištu.

Valutnom arbitražom istražujemo koje su od svih mogućih valutnih transakcija, sa stajališta ostvarivanja maksimalnog financijskog rezultata najpovoljnije. Metode[3]) što se danas koriste u arbitriranju najefikasnije devizne transakcije svode se na ocjenu efikasnosti transakcije u slučajevima: a) kada postoje dva devizna tržišta i veći broj različitih deviza, ili b) kada imamo jednu devizu na više deviznih tržišta. Njih ovom prilikom nećemo obrađivati. Problem valutne arbitraže u kojima se istovremeno javlja više

---

[2]) Zakon o deviznom poslovanju, »Sl. list SFRJ« 36/72., čl. 83.

[3]) V. Veselinović, *Privredna matematika*, II knjiga, Naučna knjiga, Beograd, 1952, str. 96—107; V. Vranić, Lj. Martić, *Matematika za ekonomiste, I svezak*, Školska knjiga, Zagreb, 1967, str. 153—164; Adja Dabčević i dr., *Osnove matematike za ekonomiste*, Informator, Zagreb, 1971, str. 184—191; V. Jirasek, S. Filipović, *Matematika za IV razred ekonomske škole*, Školska knjiga, Zagreb, 1968, str. 4—12.

deviznih tržišta i veći broj različitih valuta može se rješavati metodama linearnog programiranja, točnije, transportnom metodom. Naime, problemi ove vrste se mogu svesti na transportne modele, a to je dovoljan uvjet za njihovo rješavanje transportnim metodama.

### 2.2. Definiranje problema valutne arbitraže

Na jednom ili više deviznih tržišta u danom momentu (obično u određenom danu) postoji evidentna ponuda deviza koje glase na valute raznih zemalja. Svaka od ovih deviza ima cijenu u novčanim jedinicama zemlje u kojoj se nalazi devizno tržište. Cijene su sistematizirane u tečajnim listama što se svakog dana, a prema potrebi i češće, objavljuju na deviznom tržištu.

S druge strane, imamo privredne subjekte koji raspolažu u više zemalja, na više deviznih tržišta, slobodnim novčanim sredstvima. Ona mogu biti upotrebljena za kupovinu ponuđenih deviza.

Arbitar, subjekt koji raspolaže slobodnim deviznim sredstvima, vršiće kupovinu ponuđenih deviza, konverziju raspoloživih deviza u ponuđene devize, samo tada ako mu te transakcije osiguravaju pozitivan financijski rezultat. Dobit se ostvaruje po osnovici diferencije valutnih tečajeva na različitim deviznim tržištima. Po pravilu, povoljne transakcije, transakcije koje donose pozitivan financijski rezultat, uvjek postoje. Problem je u njihovom pronalaženju.

Zadatak je, dakle, da se od svih mogućih transakcija pronađu one, imajući u vidu raspoložive i ponuđene devize na više deviznih tržišta i njihove tečajeve, čijim ostvarenjem arbitar postiže maksimalno mogući financijski rezultat.

### 2.3. Kvantifikacija problema valutne arbitraže i postavljanje modela

Devizna tržišta na kojima postoji evidentirana ponuda deviza označimo sa $D_t$, za $t = 1, 2, \dots, v$. Vrste deviza što su ponuđene na tim tržištima obilježimo sa $B_j$, a iznose ovih deviza respektivno sa $b'_j$, za $j = 1, 2, \dots, n$. Ako imamo istu vrstu valute na različitim deviznim tržištima, na svakom tržištu tretirat će se kao posebna vrsta deviza. Primijetimo da važi relacija $n \geqslant v$ i važit će jednadžba $v = n$ tada, i samo tada ako na svakom deviznom tržištu $(D_t)$ postoji ponuda samo jedne valute $(B_j)$.

Neka su $a'_i$ $(i = 1, 2, \dots, m)$ iznosi deviza kojima raspolaže arbitar na $D_i$ deviznom tržištu različitih suverenih zemalja, odnosno država sa različitim novčanim sustavima.

Iznosi ponuđenih $(b'_j)$ i raspoloživih $(a'_j)$ deviza mogu biti dati u različitim valutama. Bez utjecaja na rješenje problema valutne arbitraže, sve iznose, ponuđene i raspoložive devize, možemo svesti na jednu zajedničku vrstu. To može biti zlato, ili valuta koja je prihvaćena kao internacionalni medijum plaćanja. Kako je zlato roba koja ima posebno tržište, i pošto njegovo kretanje u međunarodnim razmjerama nema mobilnost kakva bi trebala da bude pri kretanju deviza, za zajednički imenitelj svih deviza što učestvuju u konverzijama uzet ćemo drugo rješenje. Na taj način ostajemo u sferi valutnih transakcija i zakonomjernostima što vladaju na deviznom tržištu. Prema tome, pošto nacionalna valuta USA fungira kao priznato međunarodno sredstvo plaćanja, a to je valuta i deviznih rezervi, ponuđene i raspoložive devize izrazit ćemo u US$[4]). Svođenje raspoloživih i ponuđenih valuta na zajednički imenitelj, US$, vršit ćemo po obrascima:

$$a_i = \frac{a'_i}{d_i}, \text{ i } b_j = \frac{b'_j \pi_{tj}}{100\, d_t} \tag{1}$$

respektivno. Upotrebljeni simboli imaju slijedeća značenja:

$d_t$ — tečaj US$ na tržištu $D_t$

$d_i$ — tečaj US$ na tržištu $D_i$

$\pi_{tj}$ — tečaj na $D_t$ tržištu devize $B_j$.

Iznosi ponuđenih deviza $B_j$ što će biti kupljeni sa raspoloživim sredstvima $A_i$ su veličine koje treba odrediti. Ti iznosi su, znači, promjenljive u problemu valutne arbitraže. Označit ćemo ih sa $x_{ij}$ ($i = 1, 2, \ldots, m$; $j = 1, 2, \ldots, n$). Iz prirode posla proizlazi da promjenljive $x_{ij}$ mogu biti samo nenegativne veličine.

Da li će neka $A_i$ valuta biti konvertirana u $B_j$ valutu, ovisi o valutnim tečajevima ovih valuta na i-tom i j-tom deviznom tržištu. Na osnovici tečajeva datih u tečajnim listama možemo izračunati mn sintetičkih pokazatelaj $c_{ij}$ koji pokazuju kvalitet svih mogućih transakcija, odnosno konverzija. Parametar $c_{ij}$ računamo po obrascu

$$c_{ij} = \frac{100 P_{ij}}{\pi_{tj} \rho_{it}} \tag{2}$$

i znači kvalitet pretvaranja devize $A_i$ u ponuđenu devizu $B_j$. Drugim riječima, ako se $B_j$ deviza kupi raspoloživom $A_i$ devizom, relativnu vrijednost te transakcije izražava parametar $c_{ij}$; jedinica raspoložive devize poslije konvertiranja ima vrijednost $c_{ij}$.

Simboli u obrascu (2) imaju značenja:

$P_{ij}$ — tečaj na $D_i$ tržištu devize $B_j$

$\pi_{tj}$ — tečaj na $D_t$ tržištu devize $B_j$

$\rho_{it}$ — tečaj na $D_i$ tržištu valute zemlje u kojoj se nalazi $D_t$ devizno tržište.

Parametar $c_{ij}$ može uzimati vrijednosti: $c_{ij} < 1$, $c_{ij} = 1$, $c_{ij} > 1$ i ima značenje da je obavljena devizna transakcija, sa stajališta financijskog rezul-

---

[4]) Novčane jedinice označavat ćemo izvornim znacima. U tom pogledu vidi: L. Sorajić, *Privredna matematika I*, Sarajevo, 1971. godine, str. 7.

tata, nepovoljna, irelevantna i povoljna za arbitra, respektivno. Naravno da valutne konverzije čiji je parametar $c_{ij} \leqslant 1$ treba isključiti iz mogućih transakcija.

Iz definiranog problema slijedi da je cilj arbitra maksimirati financijski rezultat koji proizlazi iz realizacije svih mogućih valutnih konverzija. Na osnovici tako utvrđenog cilja i izvršene simbolizacije problema izrazit ćemo matematički zadatak što ga je sebi postavio arbitar, tj. formirat ćemo funkciju kriterija problema. Ukupan financijski rezultat čini zbroj umnožaka parova parametara $c_{ij}$ i iznosa deviza čija se kupoprodaja obavlja. Ako uzmemo i to da je $z_0$ oznaka funkcije kriterija, zadatak je pronaći maksimalnu vrijednost linearne funkcije

$$z_0 = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} c_{ij} x_{ij} \tag{3}$$

Funkcija (3) ima optimalno rješenje samo u okviru određenih ograničenja, faktora što utječu na ponašanje problema valutne arbitraže.

Ograničavajući faktori, u našem problemu, sastoje se u ograničenim iznosima ponuđenih deviza i ograničenim iznosima deviza što stoje na raspolaganju arbitru za kupovinu ponuđenih deviza. Također, ostvarenje kupoprodaja, što u općem slučaju ne mora biti ograničenje, moguće je samo ako je vrijednost deviza kojima arbitar raspolaže jednaka ukupnoj vrijednosti svih ponuđenih deviza. Prema tome, matematička formulacija ograničavajućih faktora bila bi:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \qquad i = 1,2,\ldots, m, \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \qquad j = 1,2,\ldots, n, \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \tag{6}$$

Zatim, ako je $x_{ij}$ iznos devize $i$ koji je upotrebljen za otkup devize $j$, $a_i$ iznos raspoloživih deviza i $b_j$ iznos ponuđenih deviza, njihove vrijednosti moraju zadovoljiti relacije:

$$x_{ij} \geqslant 0, \; a_i > 0 \text{ i } b_j > 0 \tag{7}$$

Očigledno je da je problem valutne arbitraže formuliran u (3) do (7) jedna vrsta modela linearnog programiranja, točnije to je transportni model.

Radi potpunijeg sagledavanja datog problema postavit ćemo jedan problem valutne arbitraže, kvantificirati ga, formirati transportni model tog problema, transportnu tablicu i pronaći optimalno rješenje problema.

**Problem 1.**

Određenog dana na burzi u Zürichu evidentirana je ponuda slijedećih deviza: Skr 3,089.931.—, — i Bfrs 24.857.143.—, i na burzi u Parisu Lit 185,666.667.—, i DM 2.565.131.—.

Privredno lice sa sjedištem u New Yorku raspolaže, po osnovici izvezenih roba, slobodnim deviznim sredstvima i to:

u Beču sa US$ 400.000.— — i

u Amsterdamu sa US$ 900.000.—, a i sa sredstvima u New Yorku u iznosu US$ 800.000.—.

Iz tečajnih lista što su objavljene toga dana na burzama u Zürichu, Parisu, New Yorku, Beču i Amsterdamu arbitar ustanovljava da devize notiraju po slijedećim cijenama:

**Tabela 1**[5]**)**

| Deviza / Burza | n/Stockh. 100 Skr | n/Bruxel. 100 Bfrs | n/Milano 100 Lit | n/Frank-furt 100 DM | n/Zürich 100 Sfrs | n/Paris 100 FF | n/New York 100 US$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| New York | 19,30 | 2,10 | 0,15 | 28,30 | 22,70 | 18,00 | — |
| Beč | 501,50 | 50,00 | 4,35 | 720.35 | 594,60 | 468,10 | 26,00 |
| Amsterdam | 71,00 | 7,20 | 0,59 | 99,20 | 82,80 | 65,10 | 3,60 |
| Zürich | 84,55 | 8,75 | 0,70 | 119,50 | — | 78,70 | 4,35 |
| Paris | 107,35 | 11,10 | 0,90 | 152,00 | 127,00 | — | 5,57 |

Arbitar ima za cilj da svoja raspoloživa sredstva u New Yorku, Beču i Amsterdamu konvertira u ponuđene devize na burzama u Zürichu i Parisu, ali uz uvjet da ostvari maksimalno mogući financijski rezultat.

Dati problem je klasični transportni problem i; prema tome, možemo ga predstaviti u formi transportnog modela. Podaci o raspoloživim i ponuđenim devizama sadržani su u narednoj tabeli:

---

[5]) Primjetimo da je struktura tabele 1. slijedeća:

| | | |
|---|---|---|
| $p_{ij}$ | $p_{ii}$ | $d_i$ |
| $\pi_{ij}$ | — | $d_t$ |

**Tabela 2.**

| | Devize | | | | Raspoložive devize |
|---|---|---|---|---|---|
| | n/Stockholm | n/Bruxelles | n/Milano | n/Frankfurt | |
| New York | | | | | 800.000 |
| Wien | | | | | 400.000 |
| Amsterdam | | | | | 900.000 |
| Ponuda deviza u US$ | 600.000 | 500.000 | 300.000 | 700.000 | 2,100.000 |
| Ponuda deviza | 3,089.931 | 24,857.143 | 185,666.667 | 2,565.131 | — |

Iznose ponuđenih deviza izrazili smo u US$ koristeći se obrascom (1). Ilustracije radi učinimo to za devizu n/Milano (j = 3), tj. izrazimo lire u dolarima:

$$b_3 = \frac{b'_3 \pi_{23}}{100\, d_2} = \frac{185{,}666.667 \cdot 0{,}90}{100 \cdot 5{,}57} = 300.000$$

Troškovi transporta standardnog transportnog problema od i-tog otpremišta do j-tog odredišta bit će zamjenjeni u problemu valutne arbitraže pokazateljem kvaliteta konverzije raspoloživih sredstava u i-tom mjestu za j-tu ponuđenu valutu.

Ti pokazatelji za sve moguće konverzije deviza dati su u slijedećoj tabeli:

**Tabela 3.**

| | Devize | | | |
|---|---|---|---|---|
| | n/Stockholm | n/Bruxelles | n/Milano | n/Frankfurt |
| New York | 1,006 | 1,057 | 0,926 | 1,035 |
| Wien | 0,998 | 0,961 | 1,030 | 1,012 |
| Amsterdam | 1,014 | 0,994 | 1,007 | 1,002 |

Obrazac (2) je upotrebljen u izračunavanju podataka koji su sadržani u prethodnoj tabeli. Efektivno mislimo da je dovoljno, izračunati jedan od tih podataka, jer su ostali računati na isti način. Uzmimo da izračunamo kvalitet konverzije raspoložive valute u New Yorku (i = 1) u devizu n/Milano (j = 3) koja je ponuđena na burzi u Parisu (t = 2).

$$c_{13} = \frac{100p_{13}}{\pi_{23}\rho_{12}} = \frac{100 \cdot 0{,}15}{0{,}90 \cdot 18} = 0{,}926$$

Model Problema 1. će, prema tome, glasiti:

Naći nenegativne vrijednosti promjenljivih

$x_{ij}$ (i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3, 4) koje će osigurati da funkcija kriterija

$$\begin{aligned} Z_o = {} & 1{,}006x_{11} + 1{,}057x_{12} + 0{,}926x_{13} + 1{,}035x_{14} \\ & 0{,}998x_{21} + 0{,}961x_{22} + 1{,}030x_{23} + 1{,}012x_{24} \\ & 1{,}014x_{31} + 0{,}994x_{32} + 1{,}007x_{33} + 1{,}002x_{34} \end{aligned} \tag{8}$$

postigne maksimalnu vrijednost i koje će istovremeno zadovoljiti sustav jednadžbi:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} &= 800.000 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} &= 400.000 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} &= 900.000 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} &= 600.000 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} &= 500.000 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} &= 300.000 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} &= 700.000 \end{aligned}$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ za svako } (i, j);\ i = 1, 2, 3;\ j = 1, 2, 3, 4. \tag{9}$$

Konačno napišimo i transportnu tabelu datog problema:

**Tabela 4.**

| | Devize | | | | Raspoložive devize |
|---|---|---|---|---|---|
| | n/Stockh. | n/Bruxel. | n/Milano | n/Frankfurt | |
| New York | 1,006 | 1,057 | 0,926 | 1,035 | 800.000 |
| Wien | 0,998 | 0,961 | 1,030 | 1,012 | 400.000 |
| Amsterdam | 1,014 | 0,994 | 1,007 | 1,002 | 900.000 |
| Ponuda deviza | 600.000 | 500.000 | 300.000 | 700.000 | 2.100.000 |

## 2.4. Pronalaženje optimalnog rješenja

Transportni problem, a to je u našem slučaju problem valutne arbitraže, čije optimalno rješenje treba da pronađemo, u biti je problem linearnog programiranja i, prema tome, može se rješavati simpleks metodom. Međutim, s obzirom na strukturu modela, rješavanje je lakše i brže transportnom metodom. Postoji veliki broj algoritama transportne metode.[6])

Neki od njih zahtijevaju postavljanje početnog rješenja, koje se postepenim poboljšavanjem dovodi do optimalnog rješenja. Drugi algoritmi pak ne zahtijevaju prethodno formiranje početnog rješenja.

Rješenje našeg postavljenog problema, problema valutne arbitraže, pronaći ćemo metodom diferencijalne[7]) rente. To je metoda kod koje prvo pronađeno bazično rješenje je istovremeno i optimalno rješenje, slučaj degeneracije ne postoji, u svakoj iteraciji možemo izračunati razliku između programa te iteracije i optimalnog rješenja, u iteraciji nemamo mnogo računanja. Navedene osobine metode diferencijalne rente, uz napomenu da je rijetko susrećemo u literaturi (na našem jeziku nismo je susreli), razlog su što koristimo baš tu metodu u pronalaženju optimalnog rješenja postavljenog problema valutne arbitraže.

Suština metode je u postepenom raspoređivanju raspoloživih iznosa prema kriteriju najvećih parametara $c_{ij}$[8]). U svakoj iteraciji parametri se djelimično mjenjaju. Raspodjeljeni iznos se od iteracije do iteracije povećava i u momentu kada je izvršena potpuna raspodjela proces računanja je završen, pronađeno je optimalno rješenje.

Proces računanja počinjemo tako što ćemo u tabeli 4. u svakom stupcu zaokružiti najveće parametre $c_{ij}$. U prvom stupcu to je 1,014, u drugom 1,057, trećem 1,030 i četvrtom 1,035.

Napomenimo i to da ćemo, u cilju pojednostavljenja tabela, u tabelama u kojima izlažemo proces pronalaženja optimalnog rješenja (tabele 5, 6 i 7) iznose raspoloživih i ponuđenih deviza, iznose neraspoređenih ostataka kao i vrijednosti $x_{ij}$ izraziti u stotinuhiljadicama.

**Tabela 5.**

| | D e v i z e | | | | Raspoložive devize | Neraspoređeni ostatak |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | n/Stock. | n/Bruxel. | n/Milano | n/Frankf. | | |
| New York | 1,006 | $\boxed{1{,}057}$ 5 | 0,926 | $\boxed{1{,}035}$ 3 | 8 | —4 |
| Wien | 0,998 | 0,961 3 | $\boxed{1{,}030}$ | 1,020 | 4 | +1 |
| Amsterdam | $\boxed{1{,}014}$ 6 | 0,994 | 1,007 | 1,002 | 9 | +3 |
| Ponuda devize | 6 | 5 | 3 | 7 | 21 | |
| Međurenta | — | 0,063 | — | 0,023 | | |

[6]) I. Dančo iznosi tvrđenje da je samo u ČSSR pronađeno desetak algoritama, *Industrijska istraživanja* br. 3/1964, str. 184.

[7]) I. J. Birman, *Transportnaja zadača linejnogo programmirovanija*, Moskva, 1962.

[8]) Radi se o maksimalnoj vrijednosti funkcije kriterija. Da je u pitanju minimalna vrijednost funkcije kriterija uzimali bismo najmanji parametar $c_{ij}$.

Da su u istom stupcu bila dva ili više $c_{ij}$ maksimalna, zaokružili bismo jedan od njih prema slobodnom izboru.

Raspodjelu počinjemo od prvog reda. Ako u prvom redu imamo više zaokruženih parametara, kao što je slučaj u našem primjeru, počinjemo programiranje sa stupcom u kojem se nalazi najveći zaokruženi parametar $c_{ij}$. Prema tome, određujemo vrijednost promenljive $x_{12}$. Ponuda devize n/Bruxelles ima vrijednost US$ 500.000 i čitav iznos možemo otkupiti raspoloživim sredstvima iz New Yorka. Stoga određujemo da je promjenljiva $x_{12} =$ = 500.000.

U prvom redu zaokružen je i $c_{14}$. Ponuda deviza n/Frankfurt ima vrijednost US$ 700.000.— dok u New Yorku raspolažemo još sa US$ 300.000.— Promjenljiva $x_{14}$ uzima vrijednost manjeg iznosa, tj. $x_{14} = 300.000$.—, a u posljednjem stupcu tabele 5. upisujemo iznos koji nedostaje u New Yorku za kupovinu ponude deviza n/Bruxelles i n/Frankfurt 800.000.— (500.000 + + 700.000) = —400.000. Ovim je izvršena raspodjela raspoloživih sredstava u New Yorku i prelazimo na raspodjelu sredstava u Beču, odnosno na drugi red transportne tabele.

Zaokruženi parametar u drugom redu je $c_{23}$. Vrijednost ponuđene devize n/Milano je US$ 300.000.— dok Beč raspolaže sa US$ 400.000.— Kupovinom čitave ponude (US$ 300.000) ostaje neangažiranih sredstava u Beču US$ 100.000.— U posljednjem stupcu upisat ćemo suvišak sredstava od US$ 100.000.— a vrijednost promjenljive $x_{23} = 300.000$.

U trećem redu zaokruženom parametru odgovara promjenljiva $x_{31}$, koja će uzeti vrijednost $x_{31} = 600.000$. Ovim je u Amsterdamu ostalo neraspoređenih US$ 300.000.— Taj iznos upisujemo u posljednji stupac. Prva raspodjela je okončana.

Iz posljednjeg stupca tabele 5. vidimo da je iznos sredstava koja nedostaju jednak sumi suvišnih sredstava (100.000 + 300.000 = 400.000). Suma suvišnih sredstava naziva se neraspoređeni ostatak.

Kada smo izvršili prvu raspodjelu, utvrdili znakove redova (znak neraspoređenog ostatka) i sumu neraspoređenog ostatka po redovima, u odgovarajućim stupcima utvrđujemo razliku između najvećeg parametra $c_{ij}$ pozitivnih redova i zaokruženog $c_{ij}$ iz negativnog reda. Te razlike za:

$$j = 2,\ c_{12} — c_{32} = 1{,}057 — 0{,}994 = 0{,}063$$

$$j = 4,\ c_{14} — c_{24} = 1{,}035 — 1{,}012 = 0{,}023$$

upisujemo u posljednji red tabele. Primjetimo da razlike za prvi i treći stupac nismo utvrdili, jer u njima u negativnom redu (prvom redu) nema zaokruženih parametara ($c_{11}$ i $c_{13}$). Utvrđene razlike za 1. i 4. stupac predstavljaju najmanju razliku između pokazatelja kvaliteta konverzije deviza tržišta koje ima manjak sredstava i najbližeg po veličini pokazatelja kvaliteta konverzije onih tržišta koja imaju suvišak raspoloživih sredstava. Razlika se zove međurenta. Iznalaženjem međurenti završava se proces obračuna vezanog za prvu raspodjelu.

Slijedećom iteracijom treba smanjiti neraspoređeni iznos. Shodno tom zadatku, u stupcu sa najmanjom razlikom (međurentom) odabiramo najveći parametar $c_{ij}$, ali takav da odgovara promjenljivoj čija je vrijednost nula i nalazi se u pozitivnom redu. Parametar $c_{24}$ zadovoljava date uvjete. Zaokružujemo ga i utvrđujemo da promjenljiva $x_{24}$ treba da dobije pozitivnu vrijednost, odnosno da uđe u program.

Suvišnih US$ 100.000.— u drugom redu, neangažiranih sredstava iz Beča, upotrijebit ćemo za kupovinu devize n/Frankfurt, čime određujemo vrijednost promjenljive $x_{24} = 100.000$. Ovom transakcijom ukupna vrijednost kupljenih deviza je US$ 1,800.000.— pa se u New Yorku neraspoređeni ostatak smanjuje na US$ 300.000.—, a toliki je i suvišak sredstava u Amsterdamu.

Kako smo raspodjelu vršili po stupcu (četvrtom stupcu), koji je povezan sa negativnim redom (prvim redom), parametre $c_{ij}$ u navedenom redu i stupcu povećavamo za iznos međurente utvrđene u četvrtom stupcu (0,023). Tabela druge iteracije, prema tome, ima ovakav izgled:

**Tabela 6.**

| | Devize | | | | Raspoložive devize | Neraspoređeni ostatak |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | n/Stockh. | n/Bruxel. | n/Milano | n/Frankf. | | |
| New York | 1,029 | $\boxed{1{,}080}$<br>5 | 0,949 | $\boxed{1{,}058}$<br>3 | 8 | — 3 |
| Wien | 0,998 | 0,961 | $\boxed{1{,}030}$<br>3 | $\boxed{1{,}035}$<br>1 | 4 | — 0 |
| Amsterdam | $\boxed{1{,}014}$<br>6 | 0,994 | 1,007 | 1,025 | 9 | + 3 |
| Ponuda deviza | 6 | 5 | 3 | 7 | 21 | |
| Međurenta | — | — | 0,023 | 0,010 | | |

Nastavljamo raspodjelu suvišnih sredstava što znači da obnavljamo proceduru. Najmanja međurenta je u četvrtom stupcu, a u njemu nezaokruženi parametar što se nalazi u pozitivnom redu je $c_{34}$. Amsterdam raspolaže sa još neangažiranih US$ 300.000.—. Istu vrijednost ima ponuđena, a neotkupljena deviza n/Frankfurt. Određujemo, prema tome, vrijednost promjenljive $x_{34} = 300.000$.— i tabela treće iteracije imat će oblik tabele 7.

Tabela 7 pokazuje da je izvršen otkup svih ponuđenih deviza (neraspoređeni ostaci su nule), odnosno da je pronađeno optimalno rješenje:

$$x_{12} = 500.000 \quad x_{23} = 300.000 \quad x_{31} = 600.000$$

$$x_{14} = 300.000 \quad x_{24} = 100.000 \quad x_{34} = 300.000$$

koje daje vrijednost funkcije kriterija 2,158.200.—

**Tabela 7.**

| | Devize | | | | Raspolo-žive devize | Neraspo-ređeni ostatak |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | n/Stockh. | n/Bruxel. | n/Milano | n/Frankf. | | |
| New York | 1,039 | $\boxed{1,090}$ 5 | 0,959 | $\boxed{1,068}$ 3 | 8 | |
| Wien | 0,998 | 0,961 | $\boxed{1,030}$ 3 | $\boxed{1,045}$ 1 | 4 | |
| Amster-dam | $\boxed{1,014}$ 6 | 0,994 | 1,007 | $\boxed{1,035}$ 3 | 9 | |
| Ponuda deviza | 6 | 5 | 3 | 7 | 21 | |
| Međurenta | — | — | — | — | | |

### 3. Umjesto zaključka

Prema tabeli 7. raspoloživa sredstva u New Yorku u iznosu od US$ 500.000.— upotrijebit ćemo za kupovinu devize n/Bruxelles (Bfrs) i u iznosu od US$ 300.000.— za kupovinu devize n/Frankfurt (DM). Ovim valutnim transakcijama (kupovinama), kako su parametri konverzije (1,057 i 1,035) veći od jedinice, ostvarit ćemo dobit po stopama[9]) 5,7% kod konverzije US$ u belgijske franke i 3,5% kod konverzije US$ u njemačke marke.

Sredstvima što raspolažemo u Beču (US$ 400.000.—) kupit ćemo devizu n/Milano (Lit) i devizu n/Frankfurt (DM) i time ostvarit pozitivne razlike od 3%, odnosno 1,2%.

**Tabela 8.**

| Mjesto raspolaganja slobodnim sredstvima | Angažirana sredstva US$ | Kupljene valute | | Dobit | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Vrsta | Iznos | % | vrijednost u US$ |
| 1. New York | 500.000 | Bfrs | 24,857.143 | 5,7 | 28.500 |
| | 300.000 | DM | 1,099.348 | 3,5 | 10.500 |
| 2. Wien | 300.000 | Lit | 185,666.667 | 3,0 | 9.000 |
| | 100.000 | DM | 366.447 | 1,2 | 1.200 |
| 3. Amsterdam | 600.000 | Skr | 3,089.931 | 1,4 | 8.400 |
| | 100.000 | DM | 366.447 | 0,2 | 200 |
| SUMA | 2,100.000 | — | — | $2,7^{11}/21$ | 57.800 |

[9]) Postotak dobiti (pozitivni financijski rezultat) bit će:
% dobiti = ($c_{ij}$ — 100) · 100.

Konverzijom US$ 600.000.— u devizu n/Stockhom (Skr) i US$ 300.000.— u devizu n/Frankfurt (DM) iscrpit ćemo sredstva raspoloživa u Amsterdamu. Na tim konverzijama ostvarit ćemo dobit od 1,04% i 0,2%, respektivno.

Preglednosti radi sačinjena je prethodna tabela na osnovici elemenata optimalnog rješenja.

Realizacijom svih valutnih transakcija predviđenim optimalnim rješenjem za raspoloživih US$ 2,100.000.— kupit ćemo više vrsta valuta (Skr, Bfrs, Lit, DM) i tim kupovinama ostvarit dobit u vrijednosti od US$ 57.800.— To predstavlja 2,711/21% od angažiranih sredstava i svaka druga kombinacija valutnih transakcija dala bi manji postotak dobiti.

LITERATURA


1. I. J. Birman, *Transportnaja zadača linejnogo programmirovanija*, Moskva, 1962.
2. S. I. Gass, *Linear Programming*, Mc Graw-Hill, New York, 1964.
3. G. Hadley, *Linear Programming*, Addison-Wesley Pub. Co. Reading, 1962.
4. Lj. Martić, *Matematičke metode za ekonomske analize II*, Narodne novine, Zagreb, 1963.
5. Ž. Mrkušić, *Međunarodne finansije*, Informator, Zagreb, 1968.
6. ——————, *Teorijska osnova deviznog sistema*, Oeconomica, Beograd, 1972.
7. R. Stanojević, *Linearno programiranje*, Institut za ekonomiku industrije, Beograd, 1966.
8. A. Vadnal, *Linearno programiranje*, Informator, Zagreb, 1972.


# THE PATTERN OF INFLATION UNDER PRICE CONTROLS

*Ljubomir MADŽAR**

## 1. The Problem

In their recent book (2) Dirlam and Plummer advanced an extremely interesting hypothesis purporting to explain the seemingly paradoxical relationship between the rate of growth of the social product and the rate of price increase in the Yugoslav economy. It has been empirically established that an increase in the rate of growth of the social product had been systematically accompanied by a decline in the rate of inflation and vice versa, contrary to what one might expect on the basis of both macroeconomic ond microeconomic considerations. Other attempts to explain this unexpected

*) The author is a Research Associate of the Institute of Economic Studies and Assistant Professor at the University of Belgrade. Incisive comments by the Referee of this journal helped me to remove certain imprecisions. The responsibility for the remaining errors is, of course, entirely mine.