JEDAN PRISTUP KRATKOROČNOM PROGRAMIRANJU CIJENA I DOHODAKA

Mijo SEKULIĆ) i Ivo GJENERO**)*

I. Postavljanje problema

Programiranje obuhvatnijih strukturnih transformacija međusobnih odnosa cijena u privredi mora polaziti od složenog sistema međuzavisnosti svih cijena i položaja pojedinih proizvodnih grupacija ili sektora u primarnoj raspodjeli dohotka. Povećanje cijena proizvoda nekog sektora dovodi do poskupljenja materijalnih utrošaka u svim sektorima koji te proizvode troše kao reprodukcioni materijal, odnosno do povećanja troškova u onim kategorijama finalne potrošnje kojima su proizvodi tog sektora namijenjeni. Ako ovo poskupljenje materijalnih utrošaka tangirani sektori ne mogu iz bilo kojih razloga (data tržišna struktura, efikasna administrativna kontrola cijena) prebaciti na svoje potrošače odgovarajućim povećanjem cijena, onda ono ide u cjelini na teret njihova dohotka i pogoršava njihov relativni ekonomski položaj. Dođe li, međutim, do djelomičnog ili potpunog prebacivanja poskupljenja materijalnih utrošaka na potrošače, nastaje proces mijenjanja cijena i relativnog ekonomskog položaja sektora, koji se uslijed proizvodne povezanosti svih sektora na složen način rasprostire po čitavoj proizvodnoj strukturi privrede.

Ovaj proces postaje naročito složen u slučaju dubljih zahvata ekonomske politike u sistem cijena kao prilikom opće reforme cijena (primjer privredne reforme iz 1965. godine), prilikom donošenja mjera za izmjenu položaja nekih sektora u primarnoj raspodjeli dohotka, prilikom devalvacije domaće valute praćene različitim kompenzacionim mjerama fiskalne i carinske politike i politike dohodaka, itd. Tada se u stvari istovremeno inducira veliki broj ovakovih procesa koji međusobno na veoma složen način interferiraju. Zato je za pripremu i kvantitativno odmjeravanje ovih zahvata i odgovarajućih mjera ekonomske politike od bitnog značaja da se analitički utvrde krajnji rezultantni efekti svih ovih interferentnih procesa na sistem cijena i na položaj pojedinih sektora u primarnoj raspodjeli dohotka.

---

*) Naučni savjetnik u Ekonomskom institutu — Zagreb.

**) Istraživač u Ekonomskom institutu — Zagreb.

Kao pogodan analitički instrument za tu svrhu može poslužiti međusektorski model, jer je u stupcima međusektorske tabele sadržana detaljno raščlanjena vrijednosna struktura bruto proizvoda pojedinih proizvodnih sektora i struktura pojedinih kategorija finalne potrošnje, a u matrici međusektorskih tokova reprezentirane su međusobne proizvodne povezanosti svih sektora narodne privrede. Da bi se mogli odvojeno ispitivati efekti promjena uvoznih cijena, potrebno je da u međusektorskoj tabeli budu posebno iskazani uvozni utrošci u obliku matrice uvoznih tokova.

Međusektorska tabela predstavlja konkretnu statističku snimku strukture privrednih tokova za određenu polaznu baznu godinu na koju se naslanja analiza procesa promjena cijena i ekonomskog položaja pojedinih sektora. Zato je za realističnost ove analize od bitne važnosti da se raspolaže sa što ažurnijom međusektorskom tabelom koja reprezentira stvarne polazne strukture cijena i položaje pojedinih sektora u primarnoj raspodjeli.

Već prema konkretnom analitičkom problemu mogu se konstruirati različiti postupci za ispitivanje efekata promjena nekih cijena ili određenih elemenata u strukturi cijene na čitavi sistem cijena i ekonomski položaj pojedinih sektora. Neke od takovih postupaka kao i probleme njihove empirijske primjene već smo obradili na drugom mjestu.[1]) Ovdje ćemo iznijeti konstrukciju jednog specijalnog postupka pomoću koga se može riješiti slijedeći praktični problem:

— U cilju poboljšanja relativnog ekonomskog položaja određenog broja sektora autonomno se povećavaju cijene njihovih proizvoda u određenoj proporciji.

— Rezultirajuće poskupljenje svojih materijalnih utrošaka preostali sektori mogu nadoknađivati povećanjem svojih cijena samo u slučaju ako njihov dohodak padne ispod određene unaprijed fiksirane minimalne granice.

— Pri tome se također polazi od pretpostavke da se cijene ni u jednom sektoru ne smanjuju, što u praksi predstavlja sasvim realističnu pretpostavku.

Konstruirani postupak omogućuje da se u rješenju dobiju:

— rezultirajući porast cijena u sektorima u kojima se je uslijed poskupljenja materijalnih utrošaka dohodak snizio do unaprijed fiksirane minimalne granice;

— sektori u kojima cijene ostaju nepromijenjene, jer su poskupljenje svojih materijalnih utrošaka mogli apsorbirati na račun svog dohotka koji ostaje još uvijek veći od zadanog minimuma ili upravo doseže taj minimum;

— konačni rezultirajući porast dohotka u sektorima gdje je izvršeno autonomno povećanje cijena, jer uslijed porasta cijena u nekim od preostalih sektora povratno poskupljuju i materijalni utrošci u sektorima s prvobitnim povećanjem cijena.

---

[1]) M. Sekulić — »Utjecaj promjena cijena na ekonomski položaj proizvodnih sektora«, *Ekonomski pregled*, br. 9—10, 1969.

M. Sekulić — »Osjetljivost jugoslavenske privrede na promjene uvoznih cijena — strukturna analiza«, *Ekonomski pregled*, br. 3—4, 1972.

Smisao je ovog pristupa da se pri programiranju poboljšavanja položaja nekih sektora u primarnoj raspodjeli dohotka u isto vrijeme osigura da se rezultirajući opći porast cijena svede na minimum vodeći računa o realističnoj pretpostavci da u takvoj situaciji nijedan sektor neće snižavati svoje cijene. Pri tome je potrebno samo definirati ekonomski kriterij donje granice dohotka u svakom sektoru koja se osigurava i odgovarajućim induciranim povećanjem cijena.

Za rješavanje ovog problema konstruirali smo dva postupka. Jedan se temelji na iterativnom rješavanju problema, a drugi se sastoji u formuliranju problema u obliku linearnog programa iz koga se dobiva sistem jednadžbi pogodan za rješavanje direktnim metodama.

Međutim, prije iznošenja ovih postupaka ukratko ćemo prikazati neke elementarnije pristupe analizi efekata u sistemu cijena, kako bismo uveli sam postupak i prije svega ukazali na konstitutivna ograničenja primjene međusektorskog modela u ovom području kvantitativne ekonomske analize.

2. Polazni pristup

Ako uvedemo slijedeće oznake,

a^d_{ij} = utrošak domaćih intermedijarnih proizvoda iz sektora i po jedinici proizvodnje sektora j (domaća komponenta tehničkog koeficijenta a_{ij})

A^d = matrica koeficijenata a^d_{ij}

m_j = učešće direktnih uvoznih utrošaka u vrijednosti proizvodnje sektora j

$m = (m_1, m_2, \ldots\ldots, m_n)$

d_j = učešće društvenog proizvoda u vrijednosti proizvodnje sektora j (koeficijent društvenog proizvoda u sektoru j)

$d = (d_1, d_2, \ldots\ldots, d_n)$,

možemo na bazi međusektorske tabele strukturu cijene sektora j, sastavljenu od materijalnih utrošaka domaće proizvodnje, uvoznih utrošaka i društvenog proizvoda napisati

$$\sum_i a^d_{ij} + m_j + d_j = 1 \qquad (2.1)$$

$$(i = 1, 2, \ldots\ldots, n)$$

U cilju potpunije analize efekata ekonomske politike u sistemu cijena sumarni koeficijent društvenog proizvoda d_j možemo raščlaniti na njegove osnovne komponente — amortizaciju, osobne dohotke i višak proizvoda, te na pojedine oblike raspodjele viška proizvoda (u našem slučaju — na doprinose na osobne dohotke, ugovorne obaveze, zakonske obaveze, porez na promet i fondove privrednih organizacija). Isto tako, ako je u analizi potrebno uzeti u obzir različite promjene uvoznih cijena po pojedinim vrstama uvoznih proizvoda, koeficijent m_j se može na bazi matrice uvoznih tokova raščlaniti na pojedine vrste uvoznih proizvoda $m_j = \sum_i a^u_{ij}$ (gdje je a^u_{ij} uvozna komponenta tehničkog koeficijenta a_{ij}).

Početni impulsi koji induciraju promjene u sistemu cijena i ekonomskom položaju pojedinih sektora mogu nastati uslijed poskupljenja uvoznih utrošaka (izazvanog na primjer devalvacijom), uslijed promjena u poreznoj politici, u politici osobnih dohodaka, uslijed povećanja amortizacionih stopa (na primjer revalorizacija osnovnih sredstava), ili uslijed autonomnog povećanja cijena u nekim sektorima, koje se poduzima u cilju poboljšanja njihova relativnog ekonomskog položaja ili koje je proizašlo iz konkretne tržišne situacije.

Uzmimo kao primjer devalvaciju domaće valute i pretpostavimo da ona dovodi do poskupljenja uvoznih utrošaka za indeks α. Pretpostavimo da ovo poskupljenje svi sektori prebacuju u cjelini na svoje potrošače povećanjem svojih cijena zadržavajući sve elemente svog društvenog proizvoda nominalno nepromijenjenim. Tada će se kao rezultat ovog procesa formirati slijedeći indeks cijena p_j u sektoru j

$$\sum_i a^d_{ij}\, p_i + m_j \alpha + d_j = p_j \qquad (i = 1, 2, \ldots\ldots, n) \tag{2.2}$$

odnosno za sve sektore proizvodnog sistema u matričnoj notaciji

$$p\, A^d + m \cdot \alpha + d = p \tag{2.3}$$

gdje je p vektor-redak indeksa cijena:

$$p = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$$

Rješenjem ove matrične jednadžbe po p dobivamo rezultirajući indeks porasta cijena svih sektora:

$$p = \alpha\, m\, (I - A^d)^{-1} + d\, (I - A^d)^{-1} \tag{2.4}$$

Ovim porastom cijena umanjuje se realna kupovna moć nominalno nepromijenjenih osobnih dohodaka, pa u naš proračun možemo uključiti i simultanu revalorizaciju osobnih dohodaka, kako bi se sačuvala njihova realna kupovna moć. To se može postići simultanim povećanjem osobnih dohodaka za rezultirajući indeks porasta troškova života, izveden iz strukture osobne potrošnje koja je sadržana u međusektorskoj tabeli u odgovarajućem stupcu kvadranta finalne potrošnje.

Ako uvedemo slijedeće oznake,

c^d_j = učešće domaćih proizvoda sektora j u ukupnoj veličini osobne potrošnje

c^d = vektor-stupac elemenata c_j^d

k = učešće uvoznih proizvoda u ukupnoj veličini osobne potrošnje,

onda je indeks revalorizacije osobnih dohodaka

$$\lambda = p\, c^d + k\alpha \qquad (2.5)$$

jer su u njemu indeksi rasta domaćih cijena i indeks porasta uvoznih cijena ponderirani s koeficijentima učešća odgovarajućih proizvoda (i proizvodnih usluga) u strukturi osobne potrošnje.

U jednadžbi (2.3) moramo sada sumarne koeficijente društvenog proizvoda d_j rastaviti na koeficijente osobnih dohodaka i doprinosa na osobne dohotke v_j (u revalorizaciju uključujemo i doprinose na osobne dohotke jer oni predstavljaju određenu proporciju osobnih dohodaka) i na koeficijente ostalih elemenata društvenog proizvoda t_j. Da bismo revalorizaciju osobnih dohodaka simultano uključili u proračun efekata devalvacije, treba u tako preformuliranoj jednadžbi (2.3) vektor-redak osobnih dohodaka v pomnožiti indeksom λ:

$$p\, A^d + m\alpha + p\, c^d v + k\, v\, \alpha + t = p \qquad (2.6)$$

gdje je

$$t = (t_1, t_2, \ldots, t_n)$$

Rješenjem ove jednadžbe po p

$$p = [(m + k\, v)\, \alpha + t] \cdot (I - A^d - c^d\, v)^{-1} \qquad (2.7)$$

dobivamo indekse cijena pojedinih sektora koji bi rezultirali iz simultane revalorizacije osobnih dohodaka u skladu s involviranim porastom prosječnog indeksa cijena roba i proizvodnih usluga namijenjenih osobnoj potrošnji. Dobiveni izraz (2.7) možemo transponirati kako bismo indeks cijena izraziil u obliku vektor-stupca umjesto u obliku vektor-retka.

Treba odmah dati nekoliko važnih napomena o karakteru ovih proračuna. Prije svega, općenito važenje pretpostavke o potpunom prebacivanju povećanih troškova proizvodnje na potrošače nije u pravilu realistično. U kojoj će mjeri pojedini sektori moći kompenzirati poskupljenje svojih utrošaka internim prilagođavanjem, a u kojoj mjeri djelomičnim ili potpunim prebacivanjem povećanih troškova na svoje kupce, zavisi o konkretnoj ekonomskoj situaciji, osobito o postojećim tržišnim i institucionalnim strukturama, a u slučaju devalvacije i o konkretnim ciljevima ekonomske politike, izraženim u sistemu mjera koje prate devalvaciju. Zato će u većini slučajeva biti realističnije ako naš model izgradimo na pretpostavci različitog ponašanja pojedinih sektora, što je predmet slijedećih odsječaka.

Skicirani analitički pristup ima izrazito kratkoročni karakter, jer se temelji na pretpostavci potpune neelastičnosti potražnje pojedinih utrošaka s obzirom na njihovu cijenu (konstantni tehnički koeficijenti). Isto tako, indeks revalorizacije osobnih dohodaka izgrađen je na pretpostavci nepromijenjene strukture osobne potrošnje.

U normalnim uvjetima, međutim, poskupljenje određenih utrošaka stimulirat će neke racionalizacije u samim proizvodnim sektorima kao i supstitucije u strukturi njihovih utrošaka, što će djelomično kompenzirati povećanje troškova proizvodnje i reducirati nastojanje za potpunim prebacivanjem poskupljenja određenih utrošaka na potrošače. U svakom slučaju, međutim, da bi ove racionalizacije i supstitucije došle do efektivnog izražaja, potrebno je u pravilu određeno vrijeme prilagođavanja. Slično vrijedi i za supstitucije u strukturi osobne potrošnje. Zato se, na primjer, na sličnim pretpostavkama međusektorske relacije cijena ugrađuju u norveški kratkoročni model koji služi za izradu jednogodišnjih planova.[1])

S druge strane, u drukčijim uvjetima rasprostiranje efekata poskupljenja određenih utrošaka može poprimiti i drugačiji tok. Tako će se, na primjer, u izrazito inflacionim situacijama ispoljavati tendencija povećavanja cijena koje nadmašuje trenutni porast troškova proizvodnje, jer proizvođači na taj način anticipiraju očekivani daljnji porast cijena i troškova proizvodnje, ili u praksi formiranja cijena primjenjuju princip određenog procentualnog dodatka na efektivne troškove proizvodnje. Atmosfera inflacije potražnje naročito pogoduje takvim tendencijama. Ukoliko nema efikasnih protuteža, u takvim slučajevima mogu konačni efekti početnog poskupljenja nekih utrošaka na cijene pojedinih sektora biti i veći nego što bi to proizašlo na bazi proračuna potpunog prebacivanja povećanih troškova na potrošače.

Kada se, međutim, naš analitički zadatak sastoji u ispitivanju neposrednih efekata nekih značajnijih zahvata u međusobne odnose cijena i položaja pojedinih sektora u primarnoj raspodjeli, kao što je to u uvodnom odsječku istaknuto, onda nas kratkoročni karakter analize može zadovoljiti, jer će nam upravo ta analiza dati kvantitativne razmjere prvih impulsa koje će programirani zahvati izazvati. Pri tome je potrebno, već prema konkretnoj situaciji, u model ugraditi pretpostavke o različitom ponašanju pojedinih sektora kao i predviđene restrikcije ekonomske politike. Procesi prilagođavanja koje će u daljnjem toku ovi prvi impulsi inducirati mogu se tada ispitivati drugim analitičkim pristupima.

3. Različito ponašanje sektora

U svrhu općenite formulacije analitičkog pristupa koji predviđa različito ponašanje pojedinih sektora polazimo opet od sistema jednadžbi strukture cijena, u kome ćemo sada u obliku odgovarajućih indeksa predvidjeti mogućnost promjene svakog elementa strukture cijene u svakom sektoru. Radi pogodnije prezentacije indekse cijena ćemo odmah

---

[1]) O. Aukrust — »Prim I. A Model of the Price and Income Distribution Mechanism of an Open Economy«, *The Review of Income and Wealth*, No. 1., March 1970., str. 51—78.

O. Bjerkholt — »A Precise Description of the System of Equations of the Economic Model Modis III«, *Artikler fra Statistisk Sentralbyraa*, Nr. 24, Oslo, 1968.

prikazati u obliku vektor-stupca pa ćemo u tu svrhu izvršiti odgovarajuća transponiranja:

$$p' = A^{d'} p' + m' \alpha + \hat{d} z \qquad (3.1)$$

gdje je $\hat{d}$ dijagonalna matrica koeficijenata društvenog proizvoda, a z vektor-stupac indeksa promjene društvenog proizvoda.

S obzirom na mogućnost različitog ponašanja, odnosno različitog utjecaja na pojedine elemente društvenog proizvoda, u praksi ćemo matricu $\hat{d}$ rastaviti na pojedine njene relevantne komponente i za svaku komponentu definirati poseban indeks njezine promjene.

Ovako definirani sistem jednadžbi omogućuje nam da rješavamo različite kombinirane probleme. Razmotrimo, na primjer, slijedeći problem:

a) Istovremeno s provedbom devalvacije poduzimaju se u jednom broju sektora autonomna povećanja cijena u cilju poboljšavanja njihova položaja u primarnoj raspodjeli.

b) Pri tome u drugoj skupini sektora cijene ostaju nepromijenjene bilo uslijed administrativne kontrole i zabrane, bilo uslijed date tržišne situacije.

c) Treća preostala skupina sektora prebacuje u cjelini rezultirajuće poskupljenje svojih utrošaka na svoje potrošače odgovarajućim povećanjem svojih cijena zadržavajući nominalnu veličinu svih elemenata svog društvenog proizvoda nepromijenjenu.

Sve ove zadane propozicije možemo uvrstiti u sistem jednadžbi (3.1) pa njegovim rješavanjem po preostalim varijablama utvrditi simultane efekte na te varijable. U prvoj i drugoj skupini sektora zadani su indeksi cijena (u drugoj skupini ti su indeksi jednaki jedinici), pa će se rješenjem sistema (3.1) dobiti rezultirajući indeksi promjene njihova društvenog proizvoda. Pri tome treba imati u vidu da će na ove indekse imati istovremeni utjecaj i poskupljenje utrošaka porijeklom iz treće skupine sektora koji povećavaju cijene svojih proizvoda. Vidimo da u ovom slučaju postaje praktički važno raščlanjivanje sumarnog izraza za društveni proizvod na njegove komponente, jer će ovaj utjecaj prvenstveno tangirati višak proizvoda, i to posebno onaj njegov dio koji ostaje poduzećima.

U trećoj skupini sektora zadani su indeksi društvenog proizvoda, pa se rješavanjem sistema (3.1) dobivaju odgovarajući indeksi cijena u tim sektorima.

Rješavanje ovog problema možemo formalizirati na slijedeći način.

U našoj međusektorskoj matrici izvršit ćemo permutaciju proizvodnih sektora tako da ih poredamo u tri navedene skupine. Prvu i drugu skupinu možemo formalno tretirati kao jednu skupinu za koju je zadan indeks cijena, pri čemu je za sektore iz druge skupine taj indeks jednak jedinici. Pretpostavimo da je indeks cijena zadan za s sektora i odgovarajući vektor-stupac zadanih indeksa označimo p'_s. U treću skupinu spada preostalih r sektora ($r + s = n$, gdje je n ukupan broj sektora), pa ćemo odgovarajući vektor-stupac njihovih indeksa cijena označiti p'_r. Na isti način ćemo rastaviti i vektor-stupac indeksa promjene društvenog proizvoda z na subvektore z_r i z_s. Naš je zadatak da za sektore za koje su zadani indeksi cijena p'_s nađemo rezultirajuće indeksa promjene društvenog proizvoda z_s, a za peostale sektore rezultirajuće indekse cijena p'_r.

U tom cilju ćemo matričnu jednadžbu (3.1) razbiti na blokove sektora r i s:

$$\begin{bmatrix} p'_r \\ p'_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{d'}_{rr} & A^{d'}_{sr} \\ A^{d'}_{rs} & A^{d'}_{ss} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p'_r \\ p'_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m'_r \\ m'_s \end{bmatrix} \cdot \alpha + \begin{bmatrix} \hat{d}_r & O \\ O & \hat{d}_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_r \\ z_s \end{bmatrix} \qquad (3.2)$$

gde su:

$A^{d'}_{rr}$, $A^{d'}_{rs}$, $A^{d'}_{sr}$, $A^{d'}_{ss}$	odgovarajući blokovi matrice $A^{d'}$
m'_r, m'_s	odgovarajući subvektori vektor-stupca m'
$\hat{d}_r$, $\hat{d}_s$	odgovarajući blokovi matrice $\hat{d}$
0	nul-matrica odgovarajućeg reda

Iz sistema (3.2) proizlazi da su traženi indeksi cijena p'_r za sektore r

$$p'_r = (I - A^{d'}_{rr})^{-1} \; (A^{d'}_{sr} \; p'_s + m'_r \, \alpha + \hat{d}_r \; z_r) \qquad (3.3)$$

gdje je I jedinična matrica r-tog reda.

Kako je prema postavci problema z_r vektor s komponentama jednakim jedinici izraz (3.3) možemo konačno napisati:

$$p'_r = (I - A^{d'}_{rr})^{-1} \; (A^{d'}_{sr} \; p'_s + m'_r + d'_r) \qquad (3.4)$$

gdje je d'_r dio vektor-stupca d' koji se odnosi na sektore r.

Traženi indeksi promjene društvenog proizvoda z_s u sektorima kod kojih je došlo do autonomnog povećanja cijena, odnosno u kojima su cijene morale ostati nepromijenjene su

$$z_s = \hat{d}_s^{-1} \left[(I - A^{d'}_{ss}) \; p'_s - A^{d'}_{rs} \; p'_r - m'_s \; \alpha \right] \qquad (3.5)$$

Vidimo da su promjene društvenog proizvoda u tim sektorima funkcija njihovih zadanih cijena, poskupljenja njihovih uvoznih utrošaka i rezultirajućeg indeksa cijena u sektorima r. Kako je indeks cijena u sektorima r određen izrazom (3.4), vidimo da je promjena društvenog proizvoda u sektorima s u krajnoj liniji složena funkcija njihovih zadanih cijena i poskupljenja uvoznih utrošaka u svim sektorima proizvodnog sistema privrede.

Očito je da se u ovakvu formulaciju modela mogu ugrađivati i druge restrikcije i zahvati ekonomske politike kao i pretpostavke o ponašanju pojedinih sektora. Tako se mogu programirati određeni zahvati fiskalne i carinske politike, te istovremeno predvidjeti i revalorizaciju osobnih dohodaka na način prikazan modelom (2.7) ili u obliku određenog dodatnog povećanja osobnih dohodaka bilo u svim sektorima, bilo samo u onim sektorima u kojima su osobni dohoci znatno ispod prosjeka.

Od posebnog je interesa u uvodu istaknuti slučaj kada treća skupina sektora ne prebacuje poskupljenje svojih utrošaka u cjelini na svoje potrošače, nego to poskupljenje nadoknađuje povećanjem svojih cijena samo ako dohodak tih sektora padne ispod određene unaprijed fiksirane minimalne granice. U pravilu će se, dakle, raditi samo o djelomičnom prebacivanju povećanih troškova na potrošače. Za taj slučaj smo konstruirali poseban postupak koji iznosimo u narednom odsječku.

4. Slučaj djelomičnog prebacivanja povećanih troškova na potrošače

Opet ćemo prve dvije skupine sektora tretirati kao jednu skupinu, jer su u njima cijene zadane (kod jednih su povećane na određeni nivo u cilju poboljšanja njihova ekonomskog položaja, a kod drugih su fiksirane na postojećem nivou). U trećoj skupini sektora cijene se mogu povećavati jedino u slučaju ako njihovi dohoci padnu ispod određene unaprijed fiksirane minimalne granice. Treba odrediti dohotke u svim sektorima i promjene cijena u trećoj skupini sektora.

Problem ćemo riješiti na dva načina.

Prvi način

Bez gubitka općenitosti uzet ćemo da su cijene zadane u prvih k sektora. Vektor indeksa cijena p razbit ćemo po shemi $p = (p^{(1)}, p^{(2)})$, gdje je $p^{(1)}$ k-dimenzionalan vektor koji pripada prvim k sektorima. Na isti način ćemo razbiti vektor dohodaka $d = (d^{(1)}, d^{(2)})$ i vektor direktnih uvoznih koeficijenata $m = (m^{(1)}, m^{(2)})$ kao i matricu tehničkih koeficijenata

$$A^d = \begin{bmatrix} A_{11}^d & A_{12}^d \\ A_{21}^d & A_{22}^d \end{bmatrix}$$

gdje su $A_{11}^d (k \times k)$, $A_{12}^d [k \times (n-k)]$, $A_{22}^d [(n-k) \times (n-k)]$ matrice.

$p^{(1)}$ je zadani nivo cijena u prvim sektorima i neka je $\bar{d}^{(2)}$ donja granica dohodaka u preostalim sektorima.

Iz osnovne relacije za cijene i dohotke

$$p\,A + m + d = p$$

Sada imamo

$$p^{(1)}\ A_{11}^d + p^{(2)}\ A_{21}^d + m^1 + d^{(1)} = p^{(1)} \tag{4.1}$$

$$p^{(1)}\ A_{12}^d + p^{(2)}\ A_{22}^d + m^{(2)} + d^{(2)} = p^{(2)} \tag{4.2}$$

Iz relacije (4.2) imamo

$$d^{(2)} = p^{(2)}\ \left(I - A_{22}^d\right) - p^{(1)}\ A_{12}^d - m^{(2)},$$

gdje smo cijene $p^{(2)}$ ostavili nepromijenjenima, tj. $p^{(2)} = i$ (vektor jedinica).

Mogu se dogoditi tri slučaja

a) $\qquad d^{(2)} \geq d^{(2)}$

b) $\qquad d^2 < \bar{d}^{(2)}$

c) neke komponente vektora $d^{(2)}$ su veće od odgovarajućih komponenata vektora $\bar{d}^{(2)}$, a neke su manje.

U slučaju a) problem je riješen.

U slučaju b) za vektor cijena uzimamo u prvim sektorima zadani vektor $p^{(1)}$, a za vektor dohodaka u drugoj grupi sektora $\bar{d}^{(2)}$, te iz relacija (1) i (2) izračunavamo $p^{(2)}$ *i* $d^{(1)}$.

U slučaju c) u sektorima u kojima su dohoci manji od minimalnih dohodaka ostavljamo slobodne cijene, dok u sektorima u kojima su dohoci veći ili jednaki minimalnim dohocima ostavljamo cijene nepromijenjene. Na taj način imamo zadane cijene u grupi prvih k sektora i u ovim sektorima u kojima je dohodak iznad minimalnog nivoa i polazimo opet od početka. Sada opet možemo doći u situaciju a), b) ili c). Kako u slučaju c) svaki put grupu sektora sa zadanim cijenama povećavamo za jedinicu, to se proces mora završiti u konačnom broju koraka. Nakon završenog procesa iz relacije (4.1) računamo dohotke $d^{(1)}$ u prvoj grupi sektora.

Drugi način

Problem ćemo shvatiti kao problem linearnog programiranja. Zadane su cijene u prvoj grupi sektora. Minimizirat ćemo neku linearnu rastuću funkciju $L\ (p^{(2)}\ )$ od cijena u drugoj grupi sektora uz uvjet da dohoci $d^{(2)}$ u drugoj grupi sektora ne padnu ispod minimalnog nivoa $\bar{d}^{(2)}$ i da ni jedan od tih sektora ne snizuje svoje postojeće cijene.

Dakle, imamo

$$\text{Min } p^{(2)} c^{(2)}$$

uz uvjete

$$p^{(1)} A_{11}^{d} + p^{(2)} A_{21}^{d} + m^{(1)} + d^{(1)} = p^{(1)}$$

$$p^{(1)} A_{12}^{d} + p^{(2)} A_{22}^{d} + m^{(2)} + d^{(2)} = p^{(2)} \tag{4.3}$$

$p^{(1)}$ zadan

$p^{(2)} \geqq i$

$d^{(2)} \geqq \bar{d}^{(2)}$

$c^{(2)}$ je pozitivan vektor (jer je funkcija cilja rastuća linearna funkcija cijena). Vidjet će se iz daljnjeg izlaganja da je svejedno kakav je to vektor.

Iz (4.1) imamo relaciju

$$d^{(1)} = p^{(1)} \left(I - A_{11}^{d}\right) - p^{(2)} A_{21}^{d} - m^{(1)} \tag{4.4}$$

iz koje ćemo izračunati dohotke u prvoj grupi sektora.

Iz (4.2) imamo

$$p^{(2)} \left(I - A_{22}^{d}\right) = p^{(1)} A_{12}^{d} + m^{(2)} + d^{(2)} \tag{4.5}$$

Kako je $d^{(2)} \geq \bar{d}^{(2)}$, to je $d^{(2)} - \bar{d}^{(2)} \geqq 0$. Ako je $\delta^{(2)} = d^{(2)} - \bar{d}^{(2)}$, to je $d^{(2)} \geq \bar{d}^{(2)}$ ekvivalentno sa $\delta^{(2)} \geq 0$.[1]

Očito je $d^{(2)} = \bar{d}^{(2)} + \delta^{(2)}$

Uvedimo oznaku $a^{(2)} = m^{(2)} + \bar{d}^{(2)}$, pa će relacija (4.5) postati

$$p^{(2)} \left(I - A_{22}^{d}\right) = p^{(1)} A_{12}^{d} + a^{(2)} + \delta^{(2)} \tag{4.6}$$

Na taj način problem (4.3) postaje

$$\text{Min } p^{(2)} c^{(2)}$$

uz uvjet

$$p^{(2)} \left(I - A_{22}^{d}\right) - \delta^{(2)} = p^{(1)} A_{12}^{d} + a^{(2)} \tag{4.7}$$

---

[1] Uočimo da se pozitivni elementi vektora $\delta^{(2)}$ odnose na sektore u kojima će dohodak biti iznad propisane minimalne granice.

$$p^{(2)} \geqq i$$

$$\delta^{(2)} \geqq 0$$

Uvjet $p^{(2)} \geqq i$ povlači $\pi^{(2)} = p^{(2)} - i \geqq 0$, te supstitucijom $p^{(2)} = \pi^{(2)} + i$

problem (4.7) postaje

$$\text{Min } \pi^{(2)} \; c^{(2)} \; {}^{2)}$$

uz uvjet

$$\pi^{(2)} \; (I - A_{22}^d) - \delta^2 = p^{(1)} \; A_{12}^d + a^{(2)} - i \; (I - A_{22}^d)$$

$$\pi^{(2)} \geqq 0$$

$$\delta^2 \geqq 0$$

Uvedimo oznaku $b^{(2)} = p^{(1)} \; A_{12}^d + a^{(2)} - i \; (I - A_{22}^d)$.

Imamo konačnu formulaciju problema

$$\text{Min } (\pi^{(2)}, \; \delta^{(2)}) \begin{pmatrix} c^{(2)} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{uz uvjet } (\pi^{(2)}, \; \delta^{(2)}) \begin{pmatrix} I - A_{22}^d \\ - I \end{pmatrix} = b^{(2)} \tag{4.8}$$

$$(\pi^{(2)}, \; \delta^{(2)}) \geqq 0$$

Dual problema (4.8) je oblika

$$\text{Max } b^{(2)} x$$

$$\text{uz uvjete } \begin{pmatrix} I - A_{22}^d \\ - I \end{pmatrix} x \leqq \begin{pmatrix} c^{(2)} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4.9}$$

Uvođenjem dopunskih varijabli (4.9) dobiva oblik

$$\text{Max } b^{(2)} x$$

$$\text{uz uvjete } \begin{pmatrix} I - A_{22}^d \\ - I \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^{(2)} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \geqq 0$$

---

[2]) Zapravo u toj funkciji još imamo i konstantu $c^{(2)}$ koja ne zavisi o rješenju.

Otuda imamo $(I - A_{22}^d)\; x = c^{(2)} - u$

$$v = x$$

Kako je $(I - A_{22}^d)^{-1} > 0$, jer je $I - A_{22}^d$ dio matrice $I - A^d$, to je

$$0 \leq x \leq \left(I - A_{22}^d\right)^{-1} c^{(2)} \tag{4.10}$$

Prema tome, ako je

$b_j^{(2)} > 0$, to je x_j što je moguće veći, te prema tome $u_j = 0$

$b_j^{(2)} < 0$ to je $x_j = 0$ i $u_j = c_j^{(2)} > 0$.

Taj zaključak je evidentan jer maksimiziramo funkciju $b^{(2)}x = \Sigma\, b_j^{(2)} x_j$ i ona će imati najveću vrijednost ako oni x_j sa pozitivnim koeficijentom $b_j^{(2)}$ budu što je moguće veći (očito u rasponu (4.10), jer to odgovara mogućim rješenjima), a oni x_j sa negativnim koeficijentima budu što je moguće manji, tj. nule.

Za uvjete optimalnosti problema linearnog programiranja iz osnovnih teorema dualiteta imamo

$$\pi^{(2)} u + \delta^{(2)}\; v = 0 \quad \text{odnosno}$$

$$\pi^{(2)}\; u + \delta^{(2)}\; x = 0, \; \pi^{(2)},\; u,\; \delta^{(2)},\; x \geq 0$$

Tako konačno imamo:

Ako je $b_j^{(2)} > 0$, to je $x_j > 0$ i $\delta_j^{(2)} = 0$

ako je $b_j^{(2)} < 0$, to je $u_j > 0$ i $\pi_j^{(2)} = 0$

ako je $b_j = 0$, to je moguće uzeti $\pi_j^{(2)} = 0$ i $\delta_j^{(2)} = 0$.

Na taj način možemo odrediti r vrijednosti od $\delta_j^{(2)}$ i $n - k - r$ vrijednosti od $\pi_j^{(2)}$. Te vrijednosti uvrstimo u sustav jednadžbi

$$\pi^{(2)} \left(I - A_{22}^d\right) - \delta^{(2)} = b^{(2)}$$

odakle odredimo preostale vrijednosti od $\delta_j^{(2)}$ i $\pi_j^{(2)}$. Preko njih odredimo $d^{(2)} = \delta^{(2)} + \bar{d}^{(2)}$ i $p^{(2)} = \pi^{(2)} + i$, te konačno iz (4.4) odredimo $d^{(1)}$.

Tako smo, dakle, uz predviđene uvjete odredili dohotke u svim sektorima kao i promjene cijena u sektorima gdje cijene nisu bile fiksirane.

Rješenje problema ćemo ilustrirati na jednom primjeru.

Primjer

Zadan je ovaj međusektorski model

$$A^d = \begin{bmatrix} 0{\cdot}2 & 0{\cdot}3 & 0 & 0{\cdot}1 & 0{\cdot}1 \\ 0{\cdot}1 & 0{\cdot}1 & 0{\cdot}1 & 0{\cdot}1 & 0{\cdot}2 \\ 0{\cdot}2 & 0{\cdot}1 & 0{\cdot}1 & 0{\cdot}1 & 0{\cdot}2 \\ 0{\cdot}2 & 0{\cdot}1 & 0{\cdot}2 & 0 & 0{\cdot}2 \\ 0{\cdot}1 & 0{\cdot}1 & 0{\cdot}2 & 0{\cdot}1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} m = (0,\ 0{\cdot}1,\ 0{\cdot}1,\ 0{\cdot}2,\ 0) \\ d = (0{\cdot}2,\ 0{\cdot}2,\ 0{\cdot}3,\ 0{\cdot}4,\ 0{\cdot}3) \\ \quad \text{odakle imamo} \\ p = (1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1) \end{array}$$

U prva dva sektora cijene se povećavaju na $p^{(1)} = (1{\cdot}2,\ 1{\cdot}3)$. Cijene u ostalim sektorima će se povećavati jedino u slučaju ako dohodak u tim sektorima padne ispod minimalne granice od $0{\cdot}25$.

(Razumljivo je da će u praksi donja granica dohotka biti različita po sektorima u ovisnosti o kriteriju njenog utvrđivanja).

Problem ćemo riješiti na oba opisana načina.

Prvi način

Prvi korak. U prva dva sektora cijene su $p^{(1)} = (1{\cdot}2,\ 1{\cdot}3)$; u preostalim sektorima nepromijenjene, tj. $p^{(2)} = (1,\ 1,\ 1)$

Kako je iz osnovnih jednadžbi

$$p^{(1)}\ A^d_{11} + p^{(2)}\ A^d_{21} + m^{(1)} + d^{(1)} = p^{(1)}$$

$$p^{(1)}\ A^d_{12} + p^{(2)}\ A^d_{22} + m^{(2)} + d^{(2)} = p^{(2)},$$ to za dohodak druge grupe sektora imamo

$$d^{(2)} = p^{(2)}\ \left(I - A^d_{22}\right) - p^{(1)}\ A^d_{12} - m^{(2)}\ ,\ \text{tj.}$$

$$d^{(2)} = (1,\ 1,\ 1) \begin{bmatrix} 0{\cdot}9 & -0{\cdot}1 & -0{\cdot}2 \\ -0{\cdot}2 & 1 & -0{\cdot}2 \\ -0{\cdot}2 & -0{\cdot}1 & 1 \end{bmatrix} - (1{\cdot}2,\ 1{\cdot}3) \begin{bmatrix} 0 & 0{\cdot}1 & 0{\cdot}1 \\ 0{\cdot}1 & 0{\cdot}1 & 0{\cdot}2 \end{bmatrix} - (0{\cdot}1,\ 0{\cdot}2,\ 0)$$

$$d^{(2)} = (0{\cdot}27,\ 0{\cdot}35,\ 0{\cdot}22)$$

Kako je dohodak u petom sektoru $d_5 = 0{\cdot}22$ manji od minimalne granice, to prelazimo na

Drugi korak. Treba povećati cijenu u petom sektoru, u ostalim sektorima ostaviti ih nepromijenjenima, a dohodak u petom sektoru povećati na minimalnu granicu, tj.

$$p^{(1)} = (p_1, p_2, p_3, p_4) = (1{\cdot}2,\ 1{\cdot}3,\ 1,\ 1);\quad p^{(2)} = (p_5)$$

$$d^{(1)} = (d_1, d_2, d_3, d_4), \qquad\qquad d^{(2)} = (d_5) = (0{\cdot}25)$$

Iz osnovnih jednadžbi imamo

$$p^{(1)} A_{12}^d + p^{(2)} A_{22}^d + m^{(2)} + d^{(2)} = p^{(2)}, \text{ tj.}$$

$$p^{(2)} \left(I - A_{22}^d\right) = p^{(1)} A_{12}^d + m^{(2)} + d^{(2)}$$

$$p^{(2)} = (1{\cdot}2,\ 1{\cdot}3,\ 1,\ 1) \begin{bmatrix} 0{\cdot}1 \\ 0{\cdot}2 \\ 0{\cdot}2 \\ 0{\cdot}2 \end{bmatrix} + 0 + 0{\cdot}25 = 1{\cdot}03 = p_5$$

Sada iz jednadžbe $p^{(1)} A_{11}^d + p^{(2)} A_{21}^d + m^{(1)} + d^{(1)} = p^{(1)}$

imamo

$$d^{(1)} = p^{(1)} \left(I - A_{11}^d\right) - p^{(2)} A_{21}^d - m^{(1)} =$$

$$= (1{\cdot}2,\ 1{\cdot}3,\ 1,\ 1) \begin{bmatrix} 0{\cdot}8 & -0{\cdot}3 & 0 & -0{\cdot}1 \\ -0{\cdot}1 & 0{\cdot}9 & -0{\cdot}1 & -0{\cdot}1 \\ -0{\cdot}2 & -0{\cdot}1 & 0{\cdot}9 & -0{\cdot}1 \\ -0{\cdot}2 & -0{\cdot}1 & -0{\cdot}2 & 1 \end{bmatrix} - 1{\cdot}03\,(0{\cdot}1,\ 0{\cdot}1,\ 0{\cdot}2,\ 0{\cdot}1) - (0,\ 0{\cdot}1,\ 0{\cdot}1,\ 0{\cdot}2)$$

$$d^{(1)} = (0{\cdot}327,\ 0{\cdot}407,\ 0{\cdot}264,\ 0{\cdot}347)$$

Kako je $(d_3, d_4, d_5) = (0{\cdot}264,\ 0{\cdot}347,\ 0{\cdot}250)$ to su svi zahtjevi ispunjeni i proces završavamo sa cijenama

$p = (1{\cdot}2,\ 1{\cdot}3,\ 1,\ 1,\ 1{\cdot}03)$ i dohocima

$d = (0{\cdot}327,\ 0{\cdot}407,\ 0{\cdot}264,\ 0{\cdot}347,\ 0{\cdot}250)$

Na donjoj granici dohotka ostao je peti sektor koji je, da bi osigurao taj minimalni dohodak, svoje cijene povećao za 3%.

Drugi način

Riješit ćemo sistem

$$\pi^{(2)}\left(I - A_{22}^{d}\right) - \delta^{(2)} = b^{(2)}$$

gdje je

$$b^{(2)} = p^{(1)} A_{12}^{d} + a^{(2)} - i \left(I - A_{22}^{d}\right)$$

$$a^{(2)} = m^{(2)} + d^{(2)} = (0{\cdot}35,\ 0{\cdot}45,\ 0{\cdot}25)$$

$$p^{(1)} = (1{\cdot}2,\ 1{\cdot}3)$$

dakle

$$b^{(2)} = (-\ 0{\cdot}02,\ -\ 0{\cdot}10,\ 0{\cdot}03)$$

uz ranije izložene dodatne zahtjeve

$b_j^{(2)} > 0 \Rightarrow \delta_j^{(2)} = 0$, $b_j^{(2)} < 0 \Rightarrow \pi_j^{(2)} = 0$, tako da je

$\pi^{(2)} = (0,\ 0,\ \pi_5)$; $\delta^{(2)} = (\delta_3,\ \delta_4,\ 0)$

Otuda imamo

$$(0,\ 0,\ \pi_5) \begin{bmatrix} 0{\cdot}9 & -0{\cdot}1 & -0{\cdot}2 \\ -0{\cdot}2 & 1 & -0{\cdot}2 \\ -0{\cdot}2 & -0{\cdot}1 & 1 \end{bmatrix} - (\delta_3,\ \delta_4,\ 0) = (-0{\cdot}02, -0{\cdot}10,\ 0{\cdot}03)$$

odakle

$$-\ 0{\cdot}2\pi_5 - \delta_3 = -0{\cdot}02$$

$$-\ 0{\cdot}1\pi_5 - \delta_4 = -0{\cdot}10$$

$$\pi_5 = \mathbf{0{\cdot}03}$$

odakle je $\delta_3 = 0{\cdot}014$, $\delta_4 = 0{\cdot}197$.

Prema tome je $p^{(2)} = (1,\ 1,\ 1{\cdot}03)$, $d^{(2)} = (0{\cdot}264,\ 0{\cdot}347,\ 0{\cdot}250)$

Iz $p^{(1)} A_{11}^{d} + p^{(2)} A_{21}^{d} + m^{(1)} + d^{(1)} = p^{(1)}$

imamo

$$d^{(1)} = p^{(1)} \left(I - A_{11}^{d}\right) - p^{(2)} A_{21}^{d} - m^{(1)}$$

tako da dobivamo

$$d^{(1)} = (0{\cdot}327,\ 0{\cdot}407)$$

Konačno smo, dakle, dobili cijene $p = (1{\cdot}2, 1{\cdot}3, 1, 1, 1{\cdot}03)$ i dohotke $d = (0{\cdot}327, 0{\cdot}407, 0{\cdot}264, 0{\cdot}347, 0{\cdot}250)$ kao i u prvome rješenju.

Ovaj primjer ukazuje na praktičnu jednostavnost primjene ovog drugog postupka.

(Rad primljen jula 1972.)

LITERATURA

O. Aukrust — »Prim I: A Model of the Price and Income Distribution Mechanism of an Open Economy«, *The Review of Income and Wealth*, № 1, March, 1970., str. 51—78.

O. Bjerkholt — »A Precise Description of the System of Equations of the Economic Model Modis III«, *Artikler fra Statistisk Sentralbyraa*, Nr. 24, Oslo, 1968.

M. Sekulić — *Primjena strukturnih modela u planiranju privrednog* razvoja, Narodne novine, Zagreb, 1968.

M. Sekulić — »Utjecaj promjena cijena na ekonomski položaj proizvodnih sektora«, *Ekonomski pregled*, br. 9—10, 1969., str. 773—787.

M. Sekulić — »Osjetljivost jugoslavenske privrede na promjene uvoznih cijena — strukturna analiza«, *Ekonomski pregled*, br. 3—4, 1972.

AN APPROACH TO THE SHORT-TERM PROGRAMMING OF PRICES AND INCOMES

by

Mijo SEKULIĆ and IVO GJENERO

Summary

In preparing economic policy measures for a more or less comprehensive restructuring of the existing price system (for example: the Yugoslav price and currency reform in 1965; the devaluation of the domestic currency accompanied by a series of compensating fiscal, tariff and income policy measures; autonomous price increases in some sectors in order to improve their relative economic position, etc.), an input-output model may be used to calculate the complex short-term effects of the proposed measures on prices and incomes of all sectors and thus to verify the consistency of these measures. In general three groups of sectors can be distinguished: a) those in which prices are autonomously increased with the aim of improving their relative economic position by increasing their income shares, b) those in which prices remain unchanged owing to strict price control or to the given market situation, so that they are compelled to absorb the increased costs of their inputs within their existing prices, c) the third group is free to pass on their increased input costs to their buyers through a corresponding increase in their own prices.

The calculation of the effects of the autonomous price increases in the first group of sectors on their own incomes, on incomes of the se-

cond group and on prices and incomes of the third group can be done in a rather straightforward way if we assume that the third group raises its prices precisely in proportion to its increased input costs, leaving its value added nominally unchanged, or if we make an additional assumption that personal incomes (wages and salaries) in each sector are simultaneously raised according to the resulting increase in living costs.

In many cases these assumptions may be rather unrealistic. We have therefore constructed a method of solution of the model that is based on the assumption that the individual sectors of the third group are allowed to raise their prices only if their income, owing to the increased input costs, falls below a given fixed limit ensuring a minimum of their rentability. Two procedures are proposed. By the first procedure the problem is solved in an iterative way. The second consists in formulating the problem in the form of a linear program from which an equation system is deduced that is suitable for the solution by direct methods. In constructing this procedure it is also assumed that no sector will reduce its prices below their existing level.

This approach is inspired by the policy objective of reducing the rise in the general price level resulting from the restructuring of the existing price system to a minimum, subject to the constraints and assumptions defined above.